

SIMULAZIONI DI UN TEST D'INTEGRITA' MEDIANTE TECNOLOGIA RAIM

Marco D'AVANZO*, Salvatore GAGLIONE *, Umberto ROBUSTELLI*

(*) Dipartimento di Scienze e Tecnologie dell'Università degli Studi di Napoli "PARTHENOPE", via F. Acton n°38
80133 Napoli, tel 081-5475114, fax 081-5519314, e-mail marco.davanzo@uniparthenope.it
salvatore.gaglione@uniparthenope.it umberto.robustelli@uniparthenope.it

Sommario: L'integrità è uno dei quattro parametri fondamentali descritti nelle RNP (Required Navigation Performance), le specifiche imposte a livello internazionale, a cui tutti i sistemi di radionavigazione devono attenersi. La metodologia RAIM (Receiver Autonomous Integrity Monitoring) è una tecnica per il controllo della posizione di navigazione; tale metodo utilizza misure ridondanti di posizione ottenendo un sistema sovradeterminato necessario per l'analisi dei risultati. Lo scopo del nostro lavoro è stato quello di effettuare una serie di simulazioni implementando due diversi algoritmi RAIM, confrontandone poi il risultato

Abstract: Integrity relates to the trust that can be placed in the correctness of information supplied by a navigation system. Receiver Autonomous Integrity Monitoring (RAIM) refers to Integrity monitoring of GNSS navigation signals performed by a receiver independent of external reference system, except for the navigation signals themselves. In this paper the mathematical models for RAIM and its measure of reliability are described. Detailed simulations have been carried out to evaluate the reliability of two different types of RAIM algorithms.

Introduzione

L'integrità è uno dei quattro parametri fondamentali descritti nelle RNP (Required Navigation Performance), le specifiche imposte a livello internazionale, a cui tutti i sistemi di radionavigazione devono attenersi, e traducendo quasi alla lettera la definizione fornita dall'ICAO nel gennaio del 1993, possiamo affermare che per integrità si intende una qualità del sistema, che sottintende la fiducia riposta nei calcoli ottenuti nonché la capacità del sistema stesso di avvertire tempestivamente l'utente, della presenza, durante il processo di calcolo, di un'anomalia o di un malfunzionamento in un ramo del sistema. Il nostro interesse in questo lavoro sarà dedicato ad un particolare sistema per il controllo dell'integrità, ossia il metodo RAIM. La metodologia RAIM (*Receiver Autonomous Integrity Monitoring*) utilizza un sistema di controllo della posizione di navigazione; mediante misure ridondanti di posizione, ottenendo un sistema sovradeterminato necessario per l'analisi dei risultati. L'analisi d'integrità di un sistema, grazie alla tecnologia RAIM, prevede la determinazione a priori di particolari parametri chiave. Il principio di funzionamento può essere così schematizzato: durante la ricerca dell'errore una variabile D , derivata dai dati in possesso dall'utente, è continuamente comparata ad un valore soglia T , tale valore è funzione della precisione e dell'accuratezza richiesta, nonché dell'attuale configurazione satellitare. Il parametro T è ottenuto studiando dei modelli di funzione della densità di probabilità della variabile decisionale, quale modello è differente per ogni particolare algoritmo utilizzato; se il parametro D è maggiore del valore T allora l'errore è stato rilevato, quindi segue un processo di identificazione. La soglia T è funzione del massimo errore di posizione ammissibile, della probabilità di falso allarme, e della probabilità di mancato rilevamento d'errore. Tali dipendenze sono descritte nella figura. La probabilità di falso allarme è rappresentata dall'integrazione della coda di destra della funzione distribuzione. La caratteristica di "non centralità" della distribuzione di probabilità indica la presenza d'errore; in conseguenza la probabilità di mancato rilevamento d'errore è rappresentata dall'integrazione della coda a sinistra della funzione densità di probabilità.

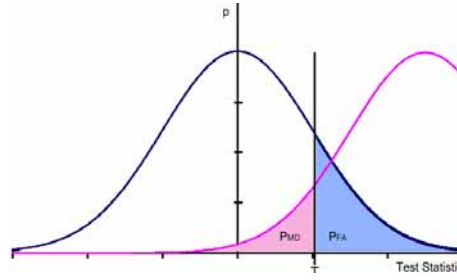


Figura1 Funzione distribuzione di probabilità

1. Metodo Minimi Quadrati

La tecnica RAIM utilizza la soluzione ai minimi quadrati, applicata alle equazioni di navigazione di base. Disponendo di una misura ridondante, si rileva l'errore, con due o più misure sovrabbondanti si individua e si isola la fonte d'errore. Sia n il numero di satelliti osservati, sia Δx il vettore calcolato, che fornisce la differenza tra la posizione vera e la posizione stimata, tale vettore contiene anche la deviazione dovuta all'errore dell'orologio nel ricevitore; sia ε il vettore degli errori di misura, ed H la matrice di osservazione di dimensioni $(n \times 4)$. Il sistema di equazioni lineari assume la seguente forma:

$$\Delta y = H \Delta x + \varepsilon \quad (1)$$

dove il vettore Δy indica le differenze tra le misure di pseudodistanza calcolate e le misure di pseudodistanza predefinite, includendo il *bias* dell'orologio dell'osservatore. Il metodo RAIM fornisce un vettore $\Delta x'$, che rappresenta la stima di minimi quadrati del vettore deviazione Δx , ed è così definito:

$$\Delta x' = (H^T H)^{-1} H^T \Delta y \quad (2)$$

Il vettore w fornisce la differenza tra le misure empiriche in Δy ed la relativa applicazione dei minimi quadrati $\Delta y'$:

$$w = \Delta y - \Delta y' = \Delta y - H \Delta x' = \Delta y - H (H^T H)^{-1} H^T \Delta y = S \Delta y \quad (3)$$

con S la matrice che descrive come una variazione delle misure relativamente ad ogni satellite possa produrre effetti sugli errori. La tecnica RAIM fornisce l'errore quadratico medio relativo alle misure di distanza, indicato con il termine SSE:

$$SSE = \sum_{i=0}^{n-1} (\Delta y_i - \Delta y'_i)^2 = w^T w \quad (4)$$

Si assume per semplicità che il vettore errore ε abbia una distribuzione *gaussiana* con media nulla; se ciò è vero, per ogni elemento del vettore, la quantità SSE sarà completamente indipendente dalla geometria satellitare per ogni valore di n . Il test statistico SSE è una variabile quadratica normalizzata non centrale con $(n-m)$ gradi di libertà; λ_{SSE} è un parametro che quantifica la non centralità della dispersione. Un test statistico per valutare la presenza di un eventuale errore nel calcolo del parametro SSE, si ottiene introducendo un nuovo termine r , indipendente dalla geometria satellite-osservatore, così definito:

$$r = \sqrt{(w^T w)/(n-4)} \quad (5)$$

Il limite r_T è calcolato tramite un metodo statistico considerando anche una percentuale di falso allarme; tale valore limite può essere stabilito in modo continuo durante il processo di calcolo.

2. Algoritmo ARP

[1] La tecnica RAIM prevede un algoritmo per il controllo dell'errore radiale (ARP); tale funzione è svolta all'interno della procedura per la valutazione della bontà della geometria del sistema. Questo algoritmo sfortunatamente presenta lo svantaggio di non poter essere utilizzato in modo diretto, nel caso in cui i dati fornissero deviazioni standard differenti; inoltre, il risultato dell'algoritmo ARP non considera l'attuale valore di rumore, riferendosi ad un livello di rumore standard. Il maggior vantaggio che si trae dall'utilizzo dell'algoritmo ARP è legato al fatto che tramite tale metodo si

risponde in modo diretto al quesito fondamentale proposto dall'utente, ossia se l'errore radiale di posizione sia inferiore o meno ad una certa soglia; tuttavia va ricordato che se l'algoritmo ARP è estremamente diretto, presenta il difetto di essere legato a differenti combinazioni lineari di misura del rumore. Il rumore stesso, non essendo più un disturbo puramente additivo, esercita un ruolo attivo nella ricerca dell'anomalia.

Il valore ARP è così definito:

$$ARP = SLOPE_{\max} r_T \quad (6)$$

Dove con $SLOPE_{\max}$ si intende la massima inclinazione rispetto all'errore nel piano orizzontale precalcolato; Il valore $SLOPE_{\max}$ può essere ricavato dalla seguente formula:

$$SLOPE_{\max} = \max_i \left(\sqrt{\frac{(A_{1i}^2 + A_{2i}^2)(n-4)}{1 - B_{ii}}} \right) \quad (7)$$

dove A_{kl} e B_{kl} sono elementi delle matrici A e B : $A = (H^T H)^{-1} H^T$; $B = H (H^T H)^{-1} H^T$.

Per un dato errore di posizione, il satellite che presenta il valore $SLOPE_{\max}$, è quello che fornirà i risultati inferiori durante i test statistici. Nella tecnologia RAIM, successivamente all'acquisizione del segnale ed alla determinazione della posizione, si procede con la valutazione della geometria esistente. Nel caso in cui la geometria del sistema risulti accettabile tramite una valutazione statistica si ottiene il valore r come mostrato nell'equazione (5); confrontando tale valore con la soglia r_T precedentemente calcolata l'algoritmo RAIM indicherà "l'assenza o meno di un errore a seconda se $r < r_T$, oppure $r > r_T$. Se l'errore è stato rilevato, e si hanno a disposizione segnali provenienti da sei satelliti, si tenta di isolare e correggere se possibile l'errore.

3. Applicazione degli algoritmi RAIM

[2][3] Si analizzano una serie di algoritmi RAIM che hanno dimostrato la loro efficacia negli anni, e che oggi sono implementati nei software utilizzati da EUROCONTROL, e che quindi svolgeranno un compito fondamentale nello sviluppo del progetto EGNOS prima e GALILEO poi. I due algoritmi che descriviamo furono realizzati da Sturza e Brown, da cui assumono il nome; essi si basano sul calcolo di una costante decisionale D che rappresenta la lunghezza del vettore dei residui delle misure di pseudorange. Il primo algoritmo giunge alla valutazione dell'integrità calcolando la possibilità costante di falso allarme CFAR (*Constant False Alarm Rate*); mentre il secondo algoritmo perviene al risultato finale calcolando la probabilità di mancato rilevamento d'errore CPOD (*Constant Probability Of Missed Detection*). L'algoritmo CFAR si divide in due parti: ricerca dell'errore e monitoraggio dell'affidabilità. La probabilità istantanea di mancato rilevamento d'errore è monitorata in modo continuo, per assicurare che i livelli di protezione siano rispettati. L'algoritmo prevede le seguenti operazioni in sequenza:

- 1) si calcola la soglia T , conoscendo la probabilità di falso allarme P_{FA} , il numero di misure ridondanti, la varianza relativa al rumore σ_n : $T = \sigma_n^2 Q^{-1}\left(\frac{P_{FA}}{n-4}\right)$

con $Q^{-1}\left(\frac{P}{r}\right)$ indichiamo la funzione inversa della probabilità.

- 2) si calcola la variabile decisionale: $D = y^T \cdot [I_m \cdot H H^T] \cdot y$
- 3) se $D > T$, allora un "fallimento" è stato rilevato

- 4) si calcola la probabilità di mancato rilevamento d'errore $P_{md} = P\left(\frac{T/\sigma_n^2}{ARP^2 / [\delta H_{\max}^2 - \sigma_n^2]}\right)$

- 5) se $P_{md} > P_{md}(\text{richiesto})$, il test risulta inattendibile

- 6) si ripetono i passaggi per ogni vettore contenente i dati di misura.

L'algoritmo CPOD non richiede un grado di attendibilità diverso durante le operazioni di monitoraggio. La soglia test, funzione della geometria satellitare, indica la probabilità costante di mancato rilevamento d'errore. Le fasi sono le seguenti:

- 1) dato M , numero di misure ridondanti, si calcola il valore T : $T = \sigma_n^2 \cdot P^{-1}\left(\frac{P_{MD}(\text{richiesta})}{ARP^2 / [\delta H_{\max}^2 - \sigma_n^2]}\right)$ con P^{-1} funzione inversa della distribuzione di

probabilità.

- 2) Si calcola la variabile decisionale D , come nell'algoritmo CFAR, e se $D > T$, un'anomalia è stata rilevata.

La probabilità di falso allarme resta costante durante lo sviluppo di un algoritmo CFAR, mentre la probabilità di mancato rilevamento di errore cresce con il degrado della geometria.

4. Descrizioni operazioni effettuate

Date le effemeridi relative ai sei satelliti necessari per le verifiche RAIM, si estrapolano i sedici parametri Kepleriani che definiscono un'orbita ellittica perturbata riferita al tempo di applicabilità delle effemeridi stesse detto T_{oe} . Tramite il ben noto algoritmo è possibile ottenere le coordinate geocentriche equatoriali del satellite, e quindi poi tramite una trasformazione di coordinate ottenere una terna di coordinate ENU (Est-Nord-Up) con origine del sistema di riferimento Napoli. In seguito, applicando semplici formule di cinematica, che descrivono la legge oraria delle coordinate nel tempo, è stato simulato un moto di un generico velivolo, partito dall'origine del sistema locale e seguente una traiettoria, della quale sono stati considerati undici punti campione; tali punti campione combinati con i sei satelliti in vista rendono possibile l'esame dell'integrità del sistema mediante le due varianti dell'algoritmo RAIM. Per ogni punto campione relativamente ai sei satelliti è stata costruita la matrice di osservazione H , composta dai coseni direttori. Per valutare il vettore δR sarebbero necessarie le coordinate relative agli undici punti veri posti lungo la traiettoria; non disponendo di tale informazioni, è stata simulata una situazione realistica applicando errori casuali rispetto alle posizioni stimate cosicché da avere per ogni punto campione una posizione 'calcolata' ed una 'stimata'.

5. Prima e Seconda ipotesi RAIM

Per il primo algoritmo la prima operazione da compiere è inserire come input la probabilità di falso allarme costante P_{FA} , poi segue il calcolo della soglia T il cui andamento è funzione diretta della probabilità P_{FA} , del numero di gradi di libertà del sistema e della varianza σ_n^2 relativa all'errore introdotto dal rumore, tale parametro è calcolato ed espresso in metri, il suo valore scelto costante, è pari a 33m. L'algoritmo RAIM prosegue con l'analisi della geometria del sistema per ogni punto, mediante il calcolo del valore ARP, l'errore radiale ammissibile, calcolato mediante le relazioni (6) e (7), ed opportunamente confrontato con un parametro soglia pari a 555 metri chiamato ARP_soglia, valore pari al limite orizzontale d'allarme utilizzato nelle fasi terminali di volo nelle applicazioni aeronautiche. La seconda ipotesi RAIM implementata effettua l'analisi di integrità similmente al primo caso, con eccezione che il parametro inserito come input e quindi scelto come costante risulti essere la probabilità di mancato rilevamento P_{MD} . Una seconda importante differenza tra i due algoritmi è che la soglia T in questo secondo caso è funzione non solo del test statistico r calcolato mediante la (4.16), della varianza σ_n^2 e dei gradi di libertà del sistema, due nel nostro caso, ma è anche fortemente legata al parametro di non centralità λ che caratterizza l'andamento della funzione densità di probabilità non simmetrica. Tale caratteristica è dovuta oltre che ad una precisa scelta dei progettisti del sistema anche alla presenza di un'anomalia eventuale.

6. Risultati dell'analisi RAIM relativa all'integrità del sistema

In questo paragrafo mostriamo i grafici e commentiamo i risultati ottenuti applicando gli algoritmi RAIM implementati. I dati necessari per poter ricavare le effemeridi dei satelliti esaminati sono contenuti in dei file di osservazione, consultati presso l'Istituto di Navigazione 'G. Simeon' e trasmessi dal sistema satellitare il cinque maggio alle ore tredici e dieci minuti. I sei satelliti osservati ed utilizzati per le nostre prove, sono i satelliti PRN 3,11,14,20, 23, 31. Il primo caso analizzato, riguarda l'analisi RAIM dell'integrità mediante l'algoritmo con probabilità di falso allarme costante, tale parametro è inserito come input iniziale pari a $6.66e-6$, valore di base suggerito dalle specifiche internazionali. In questo primo caso l'errore introdotto per ottenere i punti stimati disponendo dei punti veri, è stato ottenuto manipolando la velocità vera del generico

velivolo. Mostriamo l'analisi RAIM confrontando test statistico e valore soglia, affiancando i risultati del test effettuato per stabilire l'attendibilità della geometria dei satelliti in quel particolare istante:

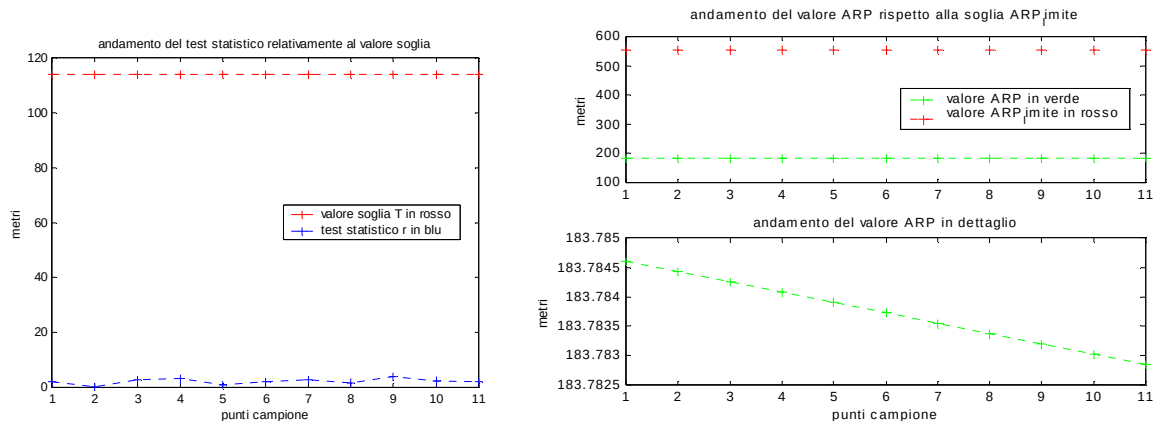


Figura 2 Risultati test integrità e bontà della geometria del sistema

E' evidente come gli esiti del test siano positivi, esistendo per ciascun punto campione un margine superiore ai cento metri relativamente al limite d'allerta, in teoria sarebbe possibile in questa situazione elaborare le informazioni ricevute dal sistema satellitare in condizioni ampiamente sicure. Ancora più confortanti sono le considerazioni tratte dall'analisi del grafico sulla destra, il valore ARP per ogni punto si attesta abbondantemente entro i limiti prescritti e segnati dal parametro limite l'errore minimo introdotto, ci permetterebbe di lavorare in condizioni ideali garantite da un margine di sicurezza superiore ai 400 metri. E' il momento di analizzare i risultati ottenuti dall'esecuzione del secondo degli algoritmi RAIM implementati, l'algoritmo con la probabilità di mancato rilevamento costante inserita come input iniziale e posta pari a 0.001. L'esempio mostrato, considera un basso valore moltiplicativo dell'errore applicato; il primo grafico affianca l'analisi d'integrità nella parte sinistra e l'attendibilità della geometria mediante il controllo ARP

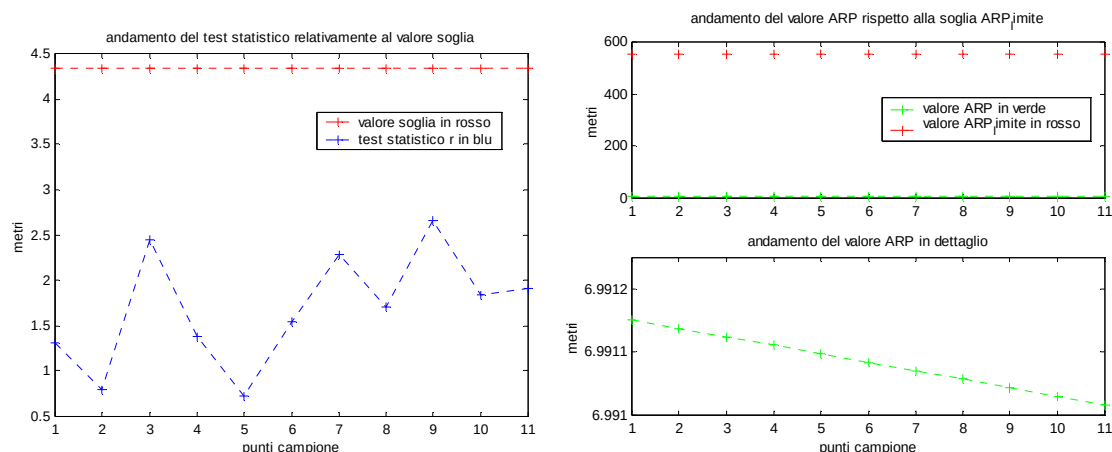


Figura 3 Analisi di integrità secondo l'algoritmo

interessante osservare come il parametro di non centralità, di cui è funzione il test statistico, particolarità unicamente di tale algoritmo, influisca sul valore soglia in modo evidente dato che quest'ultimo scende dal valore 115 metri circa del caso con P_{FA} costante al valore 4.4 metri circa del caso in questione. Data la ridotta scala del grafico è possibile inoltre poter apprezzare l'andamento non lineare e costante del valore test statistico, il quale nonostante si avvicini molto al limite d'allerta non lo oltrepassa con il conseguente esito positivo dell'analisi di integrità. Analizzando il grafico di destra, è evidente come l'ordine di grandezza del parametro ARP sia passato dal centinaio di metri del caso con P_{FA} costante, al valore di pochi metri rilevato in questo

test, è chiaro come anche questo risultato sia influenzato dalla presenza nelle formule del parametro di non centralità λ , il quale contribuisce ad abbassare il valore soglia sia nel test di integrità che nel test di geometria, e ciò migliora l'accuratezza dei risultati ma inevitabilmente espone il sistema a sempre maggiori rischi d'allarme. Seguendo il percorso di analisi, si confrontano nello stesso grafico i risultati ottenuti con l'algoritmo RAIM con P_{MD} costante, il test è stato effettuato supponendo sempre una probabilità di mancato rilevamento di anomalia pari a 0.001 nel diagramma di destra, mentre nel diagramma di sinistra la P_{MD} è stata portata a 0.0001:

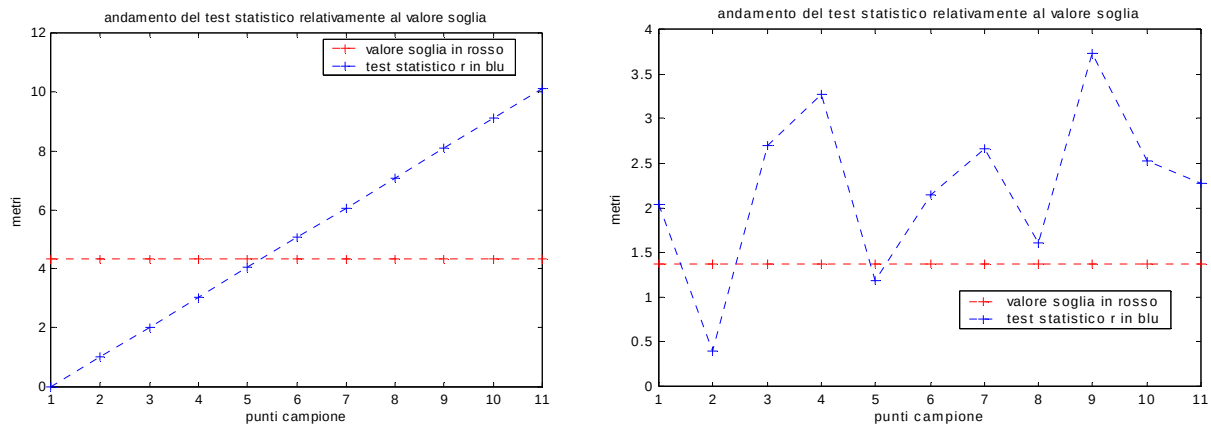


Figura 4 Analisi RAIM

per la prima volta il test fornisce risultati negativi quindi i dati in teoria trasmessi dai satelliti dovrebbero non essere attendibili, conseguenti ad un'integrità del sistema non garantita. Si nota come in corrispondenza del punto campione 5 il valore test statistico oltrepassi il limite d'allerta seguendo una legge già visibile per i punti precedenti dall'andamento lineare e crescente. E' possibile giustificare tali risultati ricordando che l'errore introdotto manipolando la velocità vera, implica inevitabilmente la crescita lineare e costante dell'errore col passare del tempo T e quindi con la valutazione successiva dei punti campione. E' logico dedurre che dal punto 5 in poi l'ordine di grandezza dell'errore non sia più sostenibile per poter garantire l'integrità del sistema. L'errore di posizione sebbene in principio minimo, assume un andamento a cascata, ripercotendosi sui punti successivi, considerata inoltre la bassa soglia d'allerta dovuta a questo particolare programma. la prima osservazione è relativa al valore limite, in quanto si è abbassato ulteriormente complice la probabilità di mancato rilevamento più bassa. In questo lavoro sono stati analizzati i risultati ottenuti tramite l'implementazione di due diversi algoritmi RAIM, confrontandoli tra loro, ed è emerso dall'analisi che l'algoritmo con P_{FA} costante presenta una stabilità superiore, fornendo risultati dei test positivi nella quasi totalità dei casi esaminati, anche quando è stato amplificato il fattore d'errore entro i limiti possibili, gli esiti sono stati soddisfacenti persino con diversi valori di P_{FA} introdotti. L'algoritmo RAIM con P_{MD} costante ha invece evidenziato vari casi in cui il sistema avrebbe dovuto emettere segnale d'allerta, bilanciata d'altro canto da un'elevata accuratezza sancita nei calcoli. L'utilizzo di uno dei due algoritmi implementati prescinde unicamente dal giusto compromesso ricercato tra l'accuratezza e la precisione dei risultati ottenuti e la stabilità e l'efficacia dell'algoritmo applicato.

Bibliografia

- [1]Brown G.- *A Baseline GPS RAIM Scheme and a note on the Equivalence of the three RAIM methods*- NAVIGATION, Journal of The Institute of Navigation , Vol.39, 1992.
- [2]Brown R.G .- *GPS RAIM: Calculation Of Thresholds and Protection Radius Using Chi-square Methods a Geometric Approach* – RTCA Paper N. 491-94, Washington November 1994.
- [3]STURZA M. - *Navigation System Integrity Monitoring using redundant measurements*- NAVIGATION Journal of the Institute of navigation VOL 35 Winter 1989