

# DETERMINAZIONE DEL PAVEMENT CLASSIFICATION NUMBER (*PCN*) MEDIANTE INTERPOLAZIONE ADATTATIVA

Mirco Agutoli <sup>(1)</sup>, Paolo Bianchini <sup>(2)</sup>, Maurizio Crispino <sup>(3)</sup>  
Salvatore De Marco <sup>(4)</sup> Luigi Mussio<sup>(5)</sup>

<sup>(1)</sup> D.I.I.A.R. – Sez. Infrastrutture Viarie, Politecnico di Milano – e-mail: [mircoagutoli@tiscali.it](mailto:mircoagutoli@tiscali.it)

<sup>(2)</sup> D.I.I.A.R. – Sez. Infrastrutture Viarie, Politecnico di Milano – email: [maggioottantuno@tiscali.it](mailto:maggioottantuno@tiscali.it)

<sup>(3)</sup> D.I.I.A.R. – Sez. Infr. Viarie, Politecnico di Milano – e-mail: [maurizio.crispino@polimi.it](mailto:maurizio.crispino@polimi.it)

<sup>(4)</sup> D.I.I.A.R. – Sez. Infrastrutture Viarie, Politecnico di Milano – e-mail: [sal.dem@libero.it](mailto:sal.dem@libero.it)

<sup>(5)</sup> D.I.I.A.R. – Sez. Rilevamento, Politecnico di Milano – e-mail: [luigi.mussio@polimi.it](mailto:luigi.mussio@polimi.it)

## Sommario

Le sovrastrutture aeroportuali necessitano di caratteristiche di portanza che differiscono sulla base dell'entità e della numerosità dei carichi interessati. Esse sono comunemente classificate facendo ricorso al metodo *ACN/PCN*. Tale metodo è utilizzato per stabilire quali velivoli possono impegnare la pavimentazione senza restrizioni e si basa sul confronto di due parametri, uno riferito alle caratteristiche dell'aeromobile e l'altro alle caratteristiche della sovrastruttura aeroportuale. Quest'ultimo parametro non è di immediata, precisa ed univoca identificazione. Per tal motivo, si è sperimentalmente definita, a partire da un'interpolazione adattativa, un'equazione per il calcolo del *PCN* che consente di considerare nella propria interezza le caratteristiche di una pavimentazione aeroportuale.

## Abstract

The airfield pavements require strength characteristics, that are different on the basis of entity and number of loads. So they are generally rated using the *ACN/PCN* method. This method is used for establishing, which aircrafts can engage the pavement and it is based on a two-values comparison, the first ascribed to the aircraft characteristics and the second ascribed to the airfield pavement. This last value can't be immediately, precisely and accurately defined. So has been experimentally defined an equation for calculating *PCN*, starting from an adaptative interpolation, that allows to consider all the characteristics of an airfield pavement.

## Introduzione

L'esistenza di una classificazione strutturale delle pavimentazioni aeroportuali nasce dalla necessità di consentire all'autorità aeroportuale di stabilire quali tipologie di aeromobili possono impegnare la sovrastruttura senza comprometterne la funzionalità. Da ciò, deriva la necessità di stabilire quali tipi e quanti cicli di carico la sovrastruttura è in grado di sostenere, nel corso della propria vita utile, e per quali tipologie di velivolo consentire l'atterraggio senza limitazioni.

Il metodo di classificazione delle pavimentazioni aeroportuali e degli aeromobili più comunemente utilizzato è il metodo *ACN/PCN* e si pone come obiettivo quello di determinare i parametri riferiti a velivolo e pavimentazione, al fine di valutare la compatibilità degli stessi. Indicativamente un velivolo può impegnare una certa pavimentazione senza restrizioni, se il proprio indice *ACN* è minore o uguale dell'indice *PCN* che caratterizza la pavimentazione stessa.

La procedura di valutazione dell'indice di classificazione, riferito alla severità dei velivoli per la pavimentazione (*ACN – Aircraft Classification Number*) appare univocamente definita dalla letteratura tecnica e dalle normative vigenti. Al contrario, l'indice riferito alla classificazione strutturale delle pavimentazioni aeroportuali (*PCN – Pavement Classification Number*), può essere determinato utilizzando numerosi metodi di valutazione arbitrariamente scelti dalle autorità aeroportuali.

Le numerose metodologie di valutazione del *PCN* comunemente utilizzate appaiono come conseguenza più o meno precise e coerenti, e richiedendo spesso una complessità ed onerosità nelle procedure di calcolo che, alla luce del risultato ottenuto, appare spesso poco giustificata. In generale, è comunque possibile osservare che, al crescere della validità del metodo, cresce anche la difficoltà operativa nel calcolare il valore cercato. Volendo considerare nella propria intenzione l'insieme delle variabili solitamente coinvolte nel processo di calcolo del *PCN*, si rende quanto mai opportuno basarsi sul metodo tecnico proposto dalla Boeing. Infatti questo è l'unico, tra quelli più comunemente utilizzati, a consentire di variare il numero di cicli di carico cui si prevede sia soggetta la pavimentazione nel corso della propria vita utile. Tuttavia il processo di calcolo (che comporta l'utilizzo del metodo Boeing) appare complesso e dispendioso, in termini di energie, reperibilità di programmi di calcolo specifici e complessità di utilizzo degli stessi.

Da ciò deriva la volontà di individuare una semplice equazione per poter direttamente valutare il codice numerico di *PCN*, a partire dai parametri di portanza del sottofondo della pavimentazione (*indice CBR - California Bearing Ratio*), dallo spessore equivalente della pavimentazione (calcolato secondo quanto indicato dal *metodo CBR di progetto* delle pavimentazioni flessibili) e dal numero di coperture equivalenti dell'aereo critico, nel corso della vita utile della pavimentazione considerata (determinate utilizzando i principi descritti dal metodo Boeing), ossia tenendo conto anche dei parametri riferiti al traffico che interessa la pavimentazione.

Pertanto utilizzando un'interpolazione adattativa, è stata definita un'equazione per il calcolo del *PCN* la cui attendibilità è stata verificata tramite la valutazione del parametro in oggetto relativo al raccordo centrale *C2* dell'aeroporto intercontinentale di Milano Malpensa. Come noto infatti, tale raccordo è stato oggetto di un importante intervento di riqualifica che ha portato alla necessità di una valutazione dell'indice di classificazione *PCN*.

A riguardo, corre il dovere di segnalare come l'analisi di varianza sarebbe potuta essere il metodo d'analisi dei dati statisticamente più appropriato. Tuttavia la mancanza di un campione di numerosità, adeguato allo scopo prefisso, ha costretto a procedere alla suddetta interpolazione adattativa, al fine di ottenere i risultati cercati.

## Analisi di varianza

Un insieme di dati, stratificato per regioni (dati a referenza spaziale, o spazio-varianti) e/o per epoche (dati variabili nel tempo, o tempo-varianti), come pure per classi di valore (dati varianti in un dato spazio astratto), è raggruppabile in celle bidimensionali o tridimensionali. L'informazione dentro le celle è rappresentata da una variabile statistica multidimensionale i cui elementi sono i valori degli attributi dell'informazione stessa. Nella tecnica di analisi di varianza si considera la varianza generale come somma di due componenti ortogonali tra loro, la varianza spiegata e la varianza residua. Lo scopo è quello di massimizzare la varianza spiegata (che descrive il fenomeno secondo il modello stratificato), rispetto a quella residua (che è legata invece al carattere statistico dei dati e, in conclusione, alla loro accidentalità).

A tal fine esistono modelli di differente grado di complessità. Il più semplice è un modello di analisi di varianza ad una via nel quale si vogliono determinare i parametri  $\hat{a}_i \quad \forall i = 1, \dots, I$  (ovvero uno per ogni classe di valore) e  $\bar{a}$  (media generale dei dati). L'analisi di varianza prosegue, nella sua

generalizzazione ed estensione, con modelli a due e tre vie. Nella fattispecie, è stato utilizzato un modello a tre vie senza interazioni fra le celle. A tale proposito, occorre tenere presente come gli 84

$$\bar{a} + \hat{a}_i + \hat{a}_j + \hat{a}_k = s_{ijkl}^o + \hat{v}_{ijkl} \quad \begin{array}{l} \forall i = 1, \dots, I \\ \forall j = 1, \dots, J \\ \forall k = 1, \dots, K \\ \forall l = 1, \dots, L \end{array}$$

dati considerati siano simulati e non ulteriormente estensibili. Pertanto l'analisi di varianza deve necessariamente essere a tre vie, ma senza interazioni fra celle. Indicando con  $I$  il numero trattamenti,  $J$  il numero di blocchi,  $K$  il numero di strati ed  $L=I$  la dimensione della variabile statistica, si ottiene che il numero complessivo di osservazioni è  $m = I \cdot J \cdot K \cdot L$ , ed il numero di parametri è  $n = I + J + K + 1$ . A tali equazioni è necessario aggiungere alcune condizioni di vincolo ( $\hat{a}_I \equiv 0$ ,  $\hat{a}_J \equiv 0$ ,  $\hat{a}_K \equiv 0$ ), a causa della sovrapparametrizzazione dovuta ad incognite non linearmente indipendenti che determinano singolarità del sistema.

Per condurre l'analisi di varianza a tre vie, si è utilizzato il metodo tecnico Boeing di valutazione del *PCN* generando 84 valori osservati, dividendo i dati in ingresso in quattro classi relative all'indice *CBR* del sottofondo, tre classi relative allo spessore equivalente della sovrastruttura e sette classi relative alle coperture equivalenti dell'aereo critico ( $4 \cdot 3 \cdot 7 = 84$ ).

#### Indice CBR

Si è scelto di considerare i valori rappresentativi di ciascuna delle classi di sottofondo proposte dallo standard *ACN/PCN*.

|                  |                                                     |
|------------------|-----------------------------------------------------|
| <i>CBR</i> = 15% | valore rappresentativo della classe A di sottofondo |
| <i>CBR</i> = 10% | valore rappresentativo della classe B di sottofondo |
| <i>CBR</i> = 6%  | valore rappresentativo della classe C di sottofondo |
| <i>CBR</i> = 3%  | valore rappresentativo della classe D di sottofondo |

#### Spessore equivalente

Lo spessore equivalente, determinato secondo il metodo *CBR* di progettazione, già descritto in precedenza, è rappresentato da tre valori, considerando che difficilmente si ottengono, per le pavimentazioni aeroportuali, spessori equivalenti inferiori a 500 mm e superiori a 1500 mm.

|                    |
|--------------------|
| spessore = 500 mm  |
| spessore = 1000 mm |
| spessore = 1500 mm |

#### Coperture equivalenti

Le coperture equivalenti dell'aereo critico, considerate per generare i dati osservati, determinabili come descritto dal metodo Boeing, sono riportate di seguito. Per il caso di studio, sono state vagliate le coperture equivalenti considerando, come aereo critico, un Airbus A330-300. Ciò non costituisce una limitazione per il metodo, in quanto un qualsiasi numero di coperture equivalenti di un qualsiasi aeromobile, può essere facilmente convertito in termini di coperture equivalenti di A330-300, utilizzando le tabelle di facile consultazione proposte dal metodo Boeing.

|                    |
|--------------------|
| coperture = 10.000 |
| coperture = 20.000 |
| coperture = 30.000 |
| coperture = 40.000 |
| coperture = 50.000 |
| coperture = 60.000 |
| coperture = 70.000 |

Dalla combinazione di tali parametri, si sono generati 84 dati osservati, utilizzando le procedure descritte. Pertanto la legge che a questo punto si è cercata è del tipo:

$$PCN_1 = cost + a_1 \cdot coperture + b_1 \cdot spessore + c_1 \cdot CBR$$

$$PCN_2 = cost + a_2 \cdot coperture + b_1 \cdot spessore + c_1 \cdot CBR$$

...

$$PCN_7 = cost + a_7 \cdot coperture + b_1 \cdot spessore + c_1 \cdot CBR$$

$$PCN_8 = cost + a_1 \cdot coperture + b_2 \cdot spessore + c_1 \cdot CBR$$

...

$$PCN_{14} = cost + a_7 \cdot coperture + b_2 \cdot spessore + c_1 \cdot CBR$$

$$PCN_{15} = cost + a_1 \cdot coperture + b_3 \cdot spessore + c_1 \cdot CBR$$

...

$$PCN_{21} = cost + a_7 \cdot coperture + b_3 \cdot spessore + c_1 \cdot CBR$$

$$PCN_{22} = cost + a_1 \cdot coperture + b_1 \cdot spessore + c_2 \cdot CBR$$

...

$$PCN_{84} = cost + a_7 \cdot coperture + b_3 \cdot spessore + c_4 \cdot CBR$$

Ciò porta a scrivere un sistema di equazioni d'osservazione, con una matrice dei pesi pari all'identità, in quanto si considerano le osservazioni indipendenti fra loro e di uguale precisione. Inoltre è necessario aggiungere alcuni vincoli, affinché la matrice normale sia invertibile. Il vettore dei parametri, così ottenuto, è riportato di seguito.

|                      |          |
|----------------------|----------|
| <i>cost</i>          | 313,862  |
| <i>a<sub>1</sub></i> | 17,208   |
| <i>a<sub>2</sub></i> | 3,062    |
| <i>a<sub>3</sub></i> | 0        |
| <i>a<sub>4</sub></i> | -1,008   |
| <i>a<sub>5</sub></i> | -1,402   |
| <i>a<sub>6</sub></i> | -1,558   |
| <i>a<sub>7</sub></i> | -1,613   |
| <i>b<sub>1</sub></i> | -379,293 |
| <i>b<sub>2</sub></i> | -120,461 |
| <i>b<sub>3</sub></i> | 0        |
| <i>c<sub>1</sub></i> | -57,635  |
| <i>c<sub>2</sub></i> | -22,355  |
| <i>c<sub>3</sub></i> | -7,807   |
| <i>c<sub>4</sub></i> | 0        |

Un giudizio sull'analisi di varianza e sulla validità dei modelli adottati discende dalla comparazione fra la varianza spiegata e residua. Si calcolano allora gli 84 valori del vettore degli scarti:

$$\hat{v}_1 = cost + a_1 \cdot coperture + b_1 \cdot spessore + c_1 \cdot CBR - PCN_1^{osservato}$$

...

$$\hat{v}_{84} = cost + a_7 \cdot coperture + b_3 \cdot spessore + c_4 \cdot CBR - PCN_{84}^{osservato}$$

Essendo 84 il numero di parametri stimati, si calcola la varianza residua e sigmazero.

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{84-15} \sum_{i=1}^{84} \hat{v}_i^2 = 2687,3 \quad \sigma_0 = 51,84$$

Invece le tre varianze spiegate si ottengono come somma quadratica dei parametri stimati, raggruppati per insiemi omogenei:

$$\sigma_a^2 = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 a_i^2 = 44,8 \quad \sigma_b^2 = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 b_i^2 = 52791,3 \quad \sigma_c^2 = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 c_i^2 = 970,6$$

Dai risultati ottenuti si può osservare come la varianza dell'indice *PCN* sia essenzialmente dovuta alla dipendenza dallo spessore equivalente (coefficienti *b<sub>i</sub>*).

Dal punto di vista operativo, l'analisi di varianza ha condotto ad ottenere uno scarto quadratico medio residuo molto elevato per gli obiettivi prefissi. Infatti la legge ottenuta, infatti, appare inutilizzabile al fine della determinazione del *PCN*. Ciò porta a dover considerare vie alternative, utilizzando un modello di interpolazione polinomiale adattativo.

### Interpolazione adattativa

Dall'analisi di molteplici modelli alternativi di interpolazione adattativa, si è potuto osservare come una che conduce ad ottenere uno scarto quadratico medio residuo più che accettabili sia del tipo:

$$PCN = a_1 + a_2 \cdot cop^{m1} + a_3 \cdot cop^{m2} + a_4 \cdot cop^{m3} \cdot CBR^{k3} + a_5 \cdot CBR + a_6 \cdot CBR^{k2} + a_7 \cdot CBR^{kl} \cdot sp^{hl} + a_8 \cdot sp + a_9 \cdot sp^{h2} + a_{10} \cdot sp^{h4} \cdot cop^{m4} + a_{11} \cdot cop^{m5} \cdot sp^{h5} \cdot CBR^{k5}$$

dove, per brevità, è posto:

$cop$  = coperture equivalenti/10.000;

$CBR$  = indice  $CBR$  [%];

$sp$  = spessore equivalente [m].

Come per il caso dell'analisi di varianza, il vettore dei parametri si determina ai minimi quadrati ed il miglior risultato si ottiene utilizzando per la matrice dei coefficienti gli esponenti riportati di seguito, unitamente al vettore dei parametri:

|       |       |
|-------|-------|
| $m_1$ | -0,02 |
| $m_2$ | -1    |
| $m_4$ | -0,02 |
| $k_3$ | 1,65  |
| $k_1$ | 1,65  |
| $h_1$ | 1,57  |
| $h_4$ | 1,65  |
| $m_3$ | -0,15 |
| $k_2$ | 1,6   |
| $h_2$ | 1,65  |
| $m_5$ | -0,02 |
| $h_5$ | 1,6   |
| $k_5$ | 1,65  |

|          |          |
|----------|----------|
| $a_1$    | 127,025  |
| $a_2$    | -133,953 |
| $a_3$    | 5,897    |
| $a_4$    | -0,573   |
| $a_5$    | 1,003    |
| $a_6$    | 0,713    |
| $a_7$    | -14,798  |
| $a_8$    | -11,507  |
| $a_9$    | -130,503 |
| $a_{10}$ | 156,665  |
| $a_{11}$ | 19,225   |

A questo punto, è immediato calcolare gli 84 valori del vettore degli scarti:

$$\hat{v}_1 = PCN_1^{calcolato} - PCN_1^{osservato}$$

$$\hat{v}_{84} = PCN_{84}^{calcolato} - PCN_{84}^{osservato}$$

Pertanto il modello interpolante ottenuto ha una varianza residua (e sigmazero) pari a:

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{84-11} \sum_{i=1}^n \hat{v}_i^2 = 1,49 \quad \sigma_0 = 1,22$$

Mentre la varianza spiegata e la sua radice hanno valore:

$$\sigma_s^2 = \frac{1}{11} x'(A'PA) \cdot x = 6946,5 \quad \sigma_s = 83,3$$

Ottenuto un valore atteso per la variabile casuale  $F$  di Fisher pari a  $F_s = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_0^2} = 4662$ , con gradi di

libertà, del numeratore e del denominatore, rispettivamente 11 e 73. Questo valore, confrontato con il valore teorico, dedotto dalla tabella di distribuzione di probabilità (2,59), ad un livello di significatività pari a 1% su una coda, risulta enormemente più grande e, di conseguenza, l'interpolazione adattativa polinomiale è più che significativa.

L'equazione interpolante trovata per il calcolo del  $PCN$ , secondo il metodo Boeing, utilizzando come aereo critico l'Airbus A330-300, è pertanto:

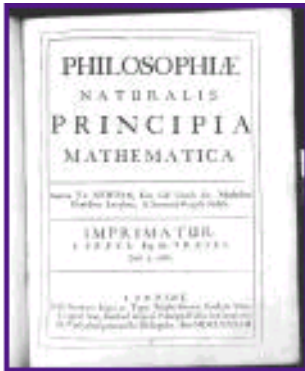
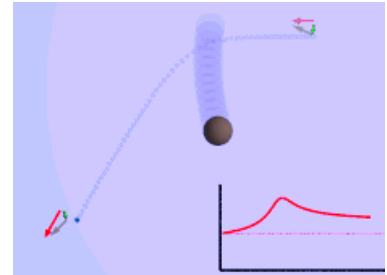
$$PCN = 127,025 - 133,953 \cdot cop^{-0,02} + 5,897 \cdot cop^{-1} - 0,573 \cdot cop^{-0,15} \cdot CBR^{1,65} + \\ + 1,003 \cdot CBR + 0,713 \cdot CBR^{1,6} - 14,798 \cdot CBR^{1,65} \cdot sp^{1,57} - 11,507 \cdot sp + \\ - 130,503 \cdot sp^{1,65} + 156,665 \cdot sp^{1,65} \cdot cop^{-0,02} + 19,225 \cdot cop^{-0,02} \cdot sp^{1,6} \cdot CBR^{1,65}$$

E risponde pienamente alla bisogna.

### Epistemologia di un'interpolazione adattativa

Un'interpolazione adattativa si presta sempre a due diverse e distinte considerazioni. Da un punto di vista epistemologico, può essere contraddittoria: l'uso di termini misti e soprattutto l'impiego di esponenti frazionari sono spesso largamente discutibili, in relazione alla difficoltà di dare significati fisici alle scelte adottate.

Da un punto di vista operativo, occorre riconoscere come solo queste pratiche diano risultati operativamente soddisfacenti e, di conseguenza, rispondenti alle attese.



A tale proposito, raccontare una storia famosa della ricerca scientifica, in ambito astronomico, è certamente significativo ed intende illustrare i limiti di un approccio empirico. Allora esso può essere accettato, quando una scienza è ancora ai primordi ed una tecnica operativa deve sostenersi, quasi da sola, per dare risposte effettive ed efficaci a domande concrete. Tuttavia è compito della ricerca scientifica cercare di scoprire quelle dipendenze nascoste che aumentano la conoscenza.

La storia sopraccitata si riferisce alla nota legge di gravitazione universale di Newton, riportata nei famosissimi Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica, altrimenti brevemente noti come Principia. Essa esprime la forza di gravità esercitata fra due corpi, in funzione del prodotto delle loro masse e dell'inverso del quadrato della distanza reciproca, ed altresì nota come la curiosa storiella di una mela caduta da un albero sulla testa di Sir Isaac Newton, durante una siesta. Rispettivamente si ha, in forma scalare ed in forma vettoriale:

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \qquad \vec{F}_{12} = G \frac{m_1 m_2 \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$$

L'applicazione della relazione trovata alle orbite dei sette pianeti noti all'epoca di Newton, nell'ordine di distanza dal Sole: Mercurio, Venere, Gaia (ovvero la Terra), Marte, Giove e Saturno, conferma la buona rispondenza fra la legge ed i dati sperimentali. Tuttavia dopo la scoperta di Urano, ad opera di William Herschel il 13 marzo 1781, una buona rispondenza non poté essere messa in evidenza e si aprì un dibattito scientifico sul che fare per ristabilire la corrispondenza.

Infatti a fronte della proposta di modificare la legge di gravitazione universale, introducendo a denominatore esponenti frazionari, si preferì cercare altre spiegazioni di natura fisica. Come noto, un'eloquente spiegazione di natura fisica fu trovata con la scoperta dapprima di Nettuno, il 23 settembre 1846 ad opera di J.G. Galle e L. D'Arrest (su calcoli di previsione di Adams e Le Verrier), e successivamente di Plutone, il 18 febbraio 1930 ad opera di C.W. Tombaugh.

E' storia contemporanea la scoperta di corpi, cosiddetti "plutini" (attualmente Caronte, Xena, Sedna, 2003UB313) appartenenti alla fascia di Kuiper che rendono, sempre più, completa la rappresentazione del campo delle forze gravitazionali dell'intero sistema solare. Per contro, l'anomalia del perielio di Mercurio è spiegata tramite la teoria della relatività generale e lo studio di grandi maree terrestri, dovute alla sua vicinanza al Sole la cui massa in proporzione è enorme.

Si ricordi, a riguardo, che la teoria della relatività generale è una teoria innovativa, formulata da Einstein nel 1915, capace di superare i limiti esplicativi insiti nella meccanica classica e fa riferimento all'azione delle masse sulla curvatura del campo.

Allora con specifico riferimento alla costruzione dell'interpolazione adattativa prescelta, l'uso di termini misti (tra grandezze indipendenti fra loro) e l'impiego di esponenti frazionari, se da un alto, danno risultati operativamente soddisfacenti e, di conseguenza, rispondenti alle attese, dall'altro, sono da accogliere solo come preliminari a una approfondita indagine scientifica, capace di mettere in evidenza dipendenze nascoste, ovvero altri fenomeni che caratterizzano indirettamente il fenomeno oggetto di studio.

**Appendice:** Digressione sulla valutazione dell'incertezza e l'individuazione di dati anomali

La valutazione della dispersione è un aspetto della variabilità, e può essere intesa come la distanza di un gruppo di osservazioni da un centro. Le principali misure di questo tipo di variabilità sono la varianza ed il m.a.v. (*mean absolute value*), aventi rispettivamente caratteristiche di ottimalità e robustezza.

Un altro aspetto della variabilità è la mutua variabilità, ovvero le distanze tra le tutte le coppie di osservazioni, di particolare interesse per piccoli campioni di dati. L'indice ottimale più importante è la differenza media. Dato un gruppo di valori argomentali  $x_1, x_2, \dots, x_n$  la differenza media semplice (*Delta di Gini*) è la media aritmetica dei valori assoluti delle differenze fra tutte le possibili coppie di valori argomentali:

$$\Delta = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |x_i - x_j|}{N \cdot (N - 1)} \quad \text{con } j \neq i$$

ed il rapporto di concentrazione fornisce un indice, normalizzato ad uno, capace di esprimere nel valore zero la concentrazione massima e nel valore uno la massima dispersione:

$$nulla \quad 0 \leq R = \frac{\Delta}{2\mu} \leq 1 \quad max$$

Un'alternativa robusta all'indice ottimale proposto introduce prodotti di pesi ausiliari, capaci di escludere tutte quelle coppie per le quali uno o entrambi i valori sono da considerare dati anomali, oppure fa riferimento a sole frequenze, come ad esempio, l'entropia di Shannon:

$$H = -\sum_{i=1}^n f_i \log_c f_i \quad nulla \quad 0 \leq \frac{H}{\log_c n} \leq 1 \quad max$$

dove:  $c = 2$  per le variabili le variabili statistiche e nella teoria dell'informazione, mentre:  $c = e$  per le variabili casuali.

In ogni caso, la mutua variabilità permette di valutare facilmente la bontà di tutti i dati campionari. Al valore mediano corrente si aggiunge e sottrae 5 volte il  $\Delta$  di Gini, ottenendo le curve fiduciarie all'interno delle quali ci si aspetta siano presenti i valori argomentali (cfr. Fig. 4.3). Il valore 5, invece del tradizionale valore 3, è spiegato dalla non normalità dei dati, data anche la scarsa numerosità dei campioni acquisiti.

Si osservi comunque, come lo stare di tutti i dati campionari (qui e nel prosieguo) all'interno delle curve fiduciarie garantisca la bontà dei dati stessi ed escluda la necessità di fare ricorso a statistiche robuste.

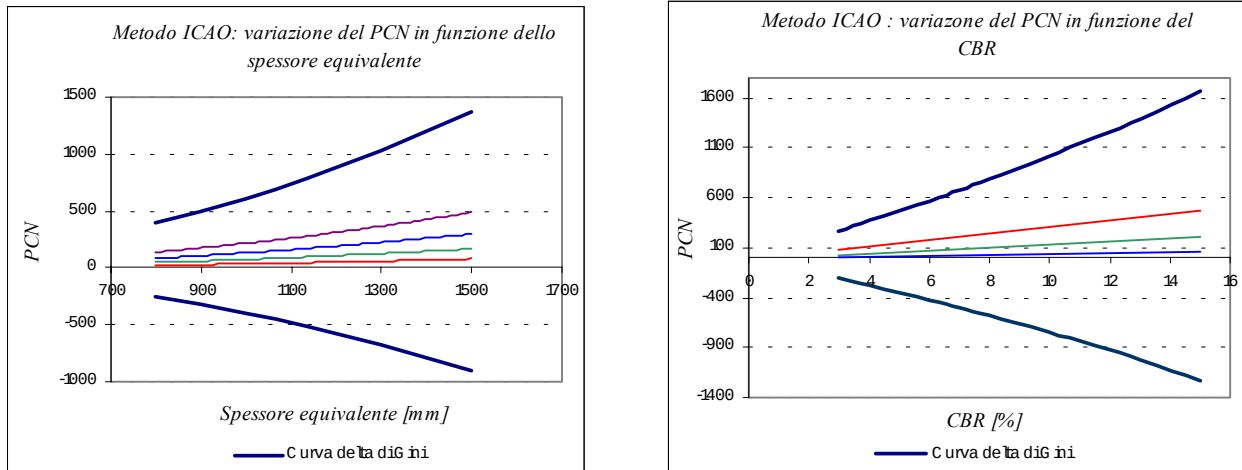


*Fig. A.1 Confronto tra le curve dell'indice di dispersione e i dati considerati*

### **Bibliografia**

Boeing Commercial Airplane Group Airport Technology Organization (B-B210) - *Precise Methods For Estimating Pavement Classification Number* - 1998; ICAO - *Manuel de Conception des Aerodromes, 3<sup>ème</sup> Partie: Chaussées* - deuxième édition - 1983; B. V. Frosini - *Introduzione alla statistica* - La Nuova Italia Scientifica; M. Mood, et al. - *Introduzione alla Statistica* - McGraw – Hill; F. Ricci - *Statistica ed elaborazione statistica delle informazioni* – Zanichelli; F. Sansò - *Il trattamento statistico dei dati* – CLUP; G. Togliatti - *Fondamenti di statistica* - CLUP/Hoepli.

<http://www.boeing.com/> Collegamento con il sito Boeing; <http://www.faa.gov/> Collegamento con il sito Federal Aviation Administration.