

CONTROLLO DELLE DEFORMAZIONI SECONDO UN APPROCCIO BAYESIANO: STUDIO DELLA FRANA DI ROCCASPINALVETI (CHIETI)

Laura CALCAGNI(*), Mattia CRESPI(*), Lucia LUZIETTI(*), Fernando SANSO'(**)

(*) DITS - Area di Geodesia e Geomatica, Università di Roma "La Sapienza"

v. Eudossiana, 18 – 00184 Roma Tel. ++39-0644585097 - Fax ++39-0644585515

E-mail mattia.crespi@uniroma1.it, lucia.luzietti@uniroma1.it, laura.calcagni@alice.it

(**) DIAR - Politecnico di Milano, c/o Polo Regionale di Como,

via Valleggio 11 – 22100 Como, tel. ++39-313327518, fax. ++39-313327519, E-mail fernando.sanso@polimi.it

Riassunto esteso

Questo lavoro riprende una tematica di ricerca già trattata più diffusamente dal punto di vista teorico in precedenti lavori e ne discute un'applicazione ad un caso reale.

Si ricorda innanzitutto che un fenomeno deformativo può essere studiato ripetendo in tempi diversi le misurazioni delle coordinate di un insieme di punti di controllo opportunamente scelti; la procedura statistica classica per valutare la significatività degli spostamenti consiste nell'eseguire opportuni test basati su statistiche derivate dalle stime a minimi quadrati dei parametri incogniti (in generale le coordinate dei punti), sotto l'ipotesi di distribuzione normale delle osservazioni.

In tal caso, se il modello funzionale è lineare, anche le coordinate stimate sono distribuite normalmente ed è possibile scrivere la seguente statistica distribuita secondo una $F_{n,n-m}$ di Fisher:

$$\left(F_{sp}\right)_i = \frac{\hat{D}_i^T Q_i^{-1} \hat{D}_i}{n \cdot \hat{\sigma}_{0i}^2} \sim F_{n,n-m} \quad [1]$$

dove $\hat{D}_i$ è il vettore degli spostamenti osservati (di numero n), Q_i la relativa matrice dei cofattori e $\hat{\sigma}_{0i}^2$ il sigma zero quadrato stimato.

E' possibile quindi individuare le due condizioni:

$$\begin{aligned} \left(F_{sp}\right)_i &\leq F_{n,n-m} \Rightarrow \text{spostamenti non significativi;} \\ \left(F_{sp}\right)_i &> F_{n,n-m} \Rightarrow \text{spostamenti significativi} \end{aligned}$$

e definito il rapporto:

$$T_C = \left(F_{sp}\right)_i / F_{n,n-m} \quad [2]$$

il test classico risulta verificato se $T_C > 1$.

Se però le variazioni di coordinate sono così piccole da risultare confrontabili con la precisione delle misure, l'applicazione della procedura statistica classica non consente di stabilire se le differenze di posizione dei punti controllati sono da attribuire esclusivamente alla variabilità della loro stima o se sono effettivamente il segnale di una deformazione avvenuta; questo è vero anche nel caso in cui siano noti dei fattori che possono ugualmente portare a presumere una reale deformazione, come una coerenza interna degli spostamenti o i risultati di studi strutturali, geologici, geotecnici o geofisici noti a priori.

Per superare tale problematica è possibile adottare una procedura statistica che offre la possibilità di rivalutare la probabilità di un evento alla luce di tutti i dati che si hanno a disposizione, ovvero l'inferenza statistica di tipo bayesiano.

L'analisi bayesiana di significatività degli spostamenti è basata sull'applicazione del teorema di Bayes allo studio dei fenomeni deformativi:

$$f(\theta|y) = \frac{f(y|\theta) \cdot f(\theta)}{\int f(y|\theta) \cdot f(\theta) d\theta} \quad [3]$$

Da tale formulazione si deduce che la probabilità a posteriori dei parametri θ note le osservazioni y può essere calcolata a partire dalla distribuzione delle osservazioni dati i parametri $f(y|\theta)$ e dalla distribuzione a priori $f(\theta)$ degli stessi parametri, che rappresenta lo stato di conoscenza su di essi prima di effettuare le osservazioni.

L'analisi bayesiana di significatività degli spostamenti, dunque, consente di pervenire ad una stima degli spostamenti, e quindi alla valutazione del loro livello di significatività, grazie all'introduzione di un'informazione a priori, ovvero di un modello a priori degli spostamenti con la loro matrice di covarianza. E' evidente come il successo dell'analisi bayesiana dipenda dall'introduzione di un'opportuna informazione a priori, che può essere ottenuta con diverse metodologie, in relazione al particolare fenomeno oggetto di studio e ai dati che si hanno a disposizione.

Al fine di testare l'approccio bayesiano descritto e di valutare l'influenza dell'informazione a priori sui risultati ottenibili, esso è stato applicato ad una frana che da alcuni anni interessa il centro abitato di Roccaspinalveti (Chieti); per tale sito erano disponibili misure GPS ottenute in tre successive campagne di misura su una rete di 7 vertici che si sviluppa su un'area di circa 1 km² e dati derivanti da un'indagine geofisica condotta adottando la tecnica della tomografia elettrica.

L'analisi bayesiana è stata applicata costruendo un modello in cui sono state considerate come osservazioni le variazioni delle coordinate dei punti della rete GPS, mentre i parametri scelti sono rappresentati dal vettore degli spostamenti a posteriori, dal sigma zero quadrato e dalla probabilità p_B di avere spostamenti significativi.

A partire dalla probabilità p_B è stato possibile definire un test statistico ad un livello di significatività α come:

$$I_B = \frac{p_B}{1 - p_B} \quad [4]$$

per cui si ha:

$$I_B < \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \Rightarrow \text{spostamenti non significativi}$$

$$I_B > \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} \Rightarrow \text{spostamenti significativi}$$

Definito quindi il rapporto:

$$T_B = I_B \left/ \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \right. \quad [5]$$

il test bayesiano risulta verificato se $T_B > 1$.

Il modello a priori degli spostamenti con la relativa matrice di covarianza, ovvero l'informazione a priori da introdurre nell'analisi bayesiana, è stato ottenuto realizzando una modellazione geometrica della frana in atto, costruita a partire dalle caratteristiche geometriche della stessa, ovvero dimensioni e direzione principale di scivolamento, dedotte dall'indagine geofisica. Il modello (Figura 1) è stato ottenuto ipotizzando un andamento lineare degli spostamenti altimetrici, mentre per quelli planimetrici è stato supposto un andamento parabolico monodirezionale nella direzione principale di scivolamento.

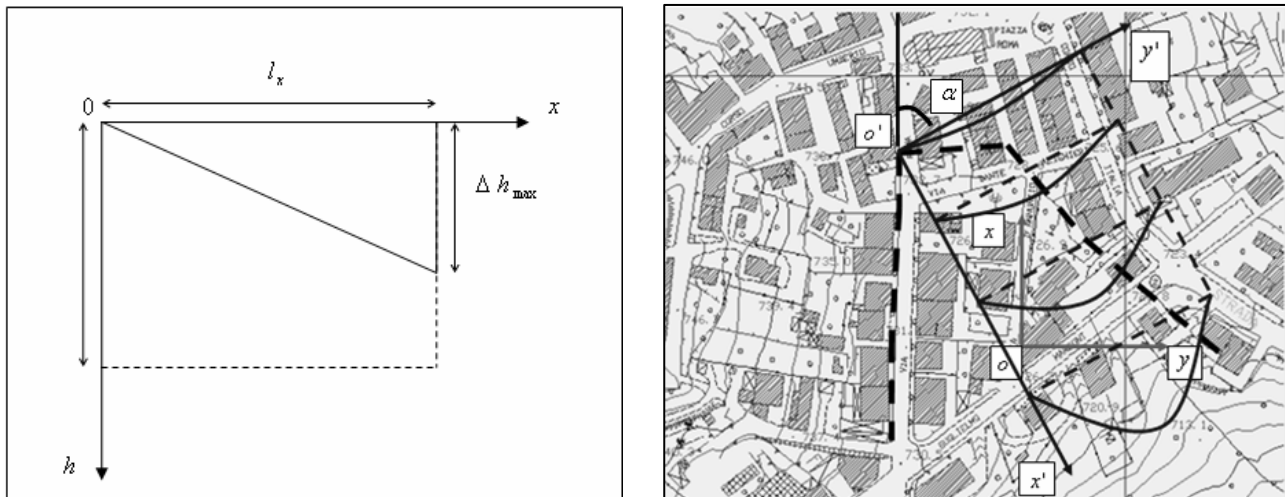


Figura 1 – Modello per gli spostamenti altimetrici (a sinistra) e planimetrici (a destra)

L'analisi bayesiana, a differenza di quella classica, ha fornito un esito positivo, evidenziando spostamenti significativi, nonostante la precisione piuttosto limitata (ordine di grandezza centimetrico) che caratterizzava le coordinate ottenute dal GPS, essenzialmente dovuta alle difficoltà di acquisizione in un ambiente urbano caratterizzato da vie strette (Figura2).

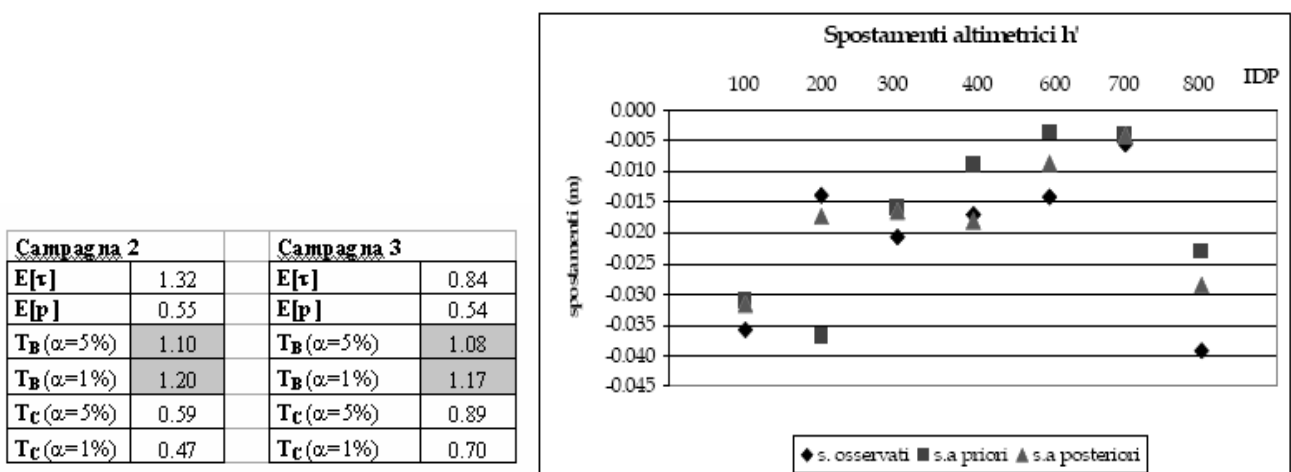


Figura 2 – Esito dell'analisi bayesiana

Al fine di valutare l'influenza dell'informazione a priori sul risultato ottenibile con l'approccio bayesiano si è studiato l'effetto dell'introduzione di informazioni a priori errate, ipotizzando inoltre che gli spostamenti stimati abbiano una precisione superiore a quella effettivamente ottenuta e considerata nel caso precedente. Si sono analizzati due casi: modello geometrico degli spostamenti errato; parametri relativi alle precisioni delle informazioni a priori errati.

Il modello geometrico errato è stato ottenuto ipotizzando degli spostamenti altimetrici di verso contrario rispetto a quelli osservati. In questo caso l'analisi bayesiana ha fornito un esito negativo e sono stati ottenuti degli spostamenti a posteriori nulli (Figura 3).

Un'ipotesi di parametri tarati in maniera non ottimale, invece, è stata ottenuta aumentando le precisioni degli spostamenti a priori; tale scelta equivale a dare un'eccessiva fiducia al modello a scapito dei valori degli spostamenti osservati. In effetti (Figura 4) gli spostamenti a posteriori seguono in maggior misura gli spostamenti a priori rispetto al caso in cui sono stati inseriti dei parametri corretti.

In entrambi i casi, pertanto, si evidenzia che informazioni a priori errate possono compromettere in modo rilevante l'interpretazione del fenomeno. Al contrario, proprio in virtù della maggiore precisione ipotizzata relativamente agli spostamenti stimati, la procedura di test classica evidenzia la loro significatività e restituisce i medesimi risultati nei due casi, non essendo ovviamente dipendente dalle informazioni a priori.

Campagna 2		Campagna 3	
$E[\tau]$	0.03	$E[\tau]$	0.02
$E[p]$	0.33	$E[p]$	0.34
$T_B(\alpha=5\%)$	0.45	$T_B(\alpha=5\%)$	0.47
$T_B(\alpha=1\%)$	0.49	$T_B(\alpha=1\%)$	0.50
$T_C(\alpha=5\%)$	7.54	$T_C(\alpha=5\%)$	13.03
$T_C(\alpha=1\%)$	6.16	$T_C(\alpha=1\%)$	10.66

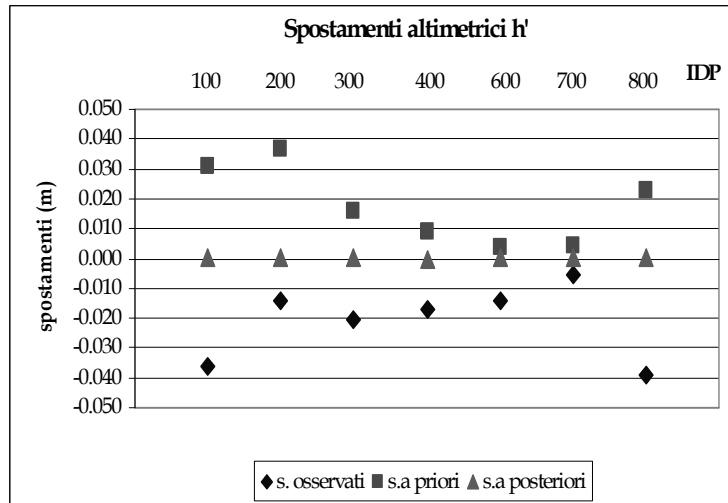


Figura 3 –Esito dell'analisi bayesiana nel caso di modello geometrico degli spostamenti a priori errato

Campagna 2		Campagna 3	
$E[\tau]$	0.04	$E[\tau]$	0.03
$E[p]$	0.53	$E[p]$	0.64
$T_B(\alpha=5\%)$	1.03	$T_B(\alpha=5\%)$	1.60
$T_B(\alpha=1\%)$	1.12	$T_B(\alpha=1\%)$	1.74
$T_C(\alpha=5\%)$	7.54	$T_C(\alpha=5\%)$	13.03
$T_C(\alpha=1\%)$	6.16	$T_C(\alpha=1\%)$	10.66

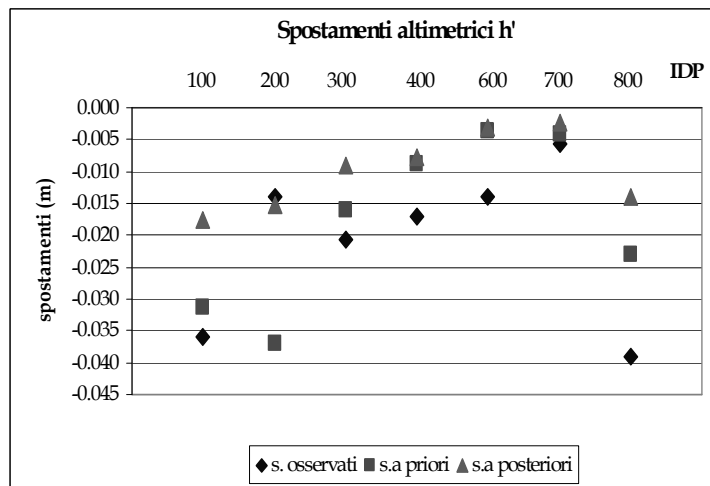


Figura 4 – Esito dell'analisi bayesiana nel caso di parametri tarati in maniera non corretta

Dai casi esaminati emerge come l'analisi bayesiana rappresenti uno strumento efficace per studiare i fenomeni deformativi nei casi in cui l'analisi classica fallisce. Uno strumento efficace ma anche molto delicato, si è visto, infatti, come l'introduzione di un'informazione a priori non rappresentativa del fenomeno in atto possa condurre a risultati errati o fuorvianti; da ciò emergere come nell'utilizzo di una procedura di questo tipo non si possa prescindere da un'accurata conoscenza del fenomeno oggetto di studio, attraverso cui pervenire ad una modellazione il più aderente possibile alla realtà.