

L'EVOLUZIONE DEL SISTEMA DI POSIZIONAMENTO GNSS

(RIASSUNTO ESTESO)

A. M. Manzino

DITAG, Politecnico di Torino, C.so Duca degli Abruzzi 24, 10129 Torino
ambrogio.manzino@polito.it

KEY WORDS: GNSS, BOC, Blocco III, terza frequenza, Strategie di inizializzazione, Sistemi di riferimento.

RIASSUNTO

In questi anni il sistema di posizionamento sta subendo un'evoluzione straordinaria, impensabile dieci anni or sono, in gran parte dovuta all'enorme richiesta da parte civile di un unico sistema, il GPS, nato un tempo quasi esclusivamente per scopi militari.

Il percorso seguito nel lavoro è riassunto in questi punti:

1. L'evoluzione del sistema, in parte dovuta alla nascita di nuove costellazioni per il posizionamento: Galileo, QZSS ecc., alla ripresa della costellazione Glonass ed in parte all'ammodernamento di GPS, di Glonass ed in genere all'uso di almeno tre frequenze portanti per satellite. Vedremo quali sono i piani temporali, quali i problemi, quali le frequenze portanti ed i nuovi codici, le caratteristiche di precisione e l'inter-compatibilità.
2. L'uso di una sola costellazione GPS o Galileo nella prospettiva delle tre frequenze. Quali sono i miglioramenti attesi? Quali delle due costellazioni promette migliori precisioni?
3. Le nuove modalità di fissaggio GPS+Galileo e il nuovo posizionamento RTK.
4. Glonass: perché non è interoperabile? Quali saranno le tre nuove frequenze? Metodi di fissaggio delle ambiguità Glonass separata o congiunta a GPS e Galileo.
5. Quali e come saranno fatti i futuri ricevitori? Quali le tipologie nel settore Geodetico, per stazioni permanenti o per ricevitori rover, per scopi GIS o per navigazione terrestre? Quali i costi e le precisioni?
6. I sistemi di riferimento.

ABSTRACT

In these last years the positioning have an extraordinary evolution, due to a large extent of civil applications of the GPS, quite exclusively born for military purposes.

The paper focus some aspect of the modernization of positioning system, follow these points:

- 1- The evolution of the system, partly due to the birth of new constellations for the positioning: Galileo, QZSS etc., to the resumption of the constellation Glonass and partly to the modernization of GPS, of Glonass and generally to the use than at least three carrying frequencies for constellation. We will see what the temporal plans are, what the problems, what the carrying frequencies and the new codes, the characteristics of precision and the inter-compatibility.
- 2- The use of an only constellation GPS or Galileo in the perspective of the three frequencies. Which are the attended improvements? Which of the two constellations it promises best precisions?
- 3- The new procedures for fixing GPS+Galileo and the new positioning RTK.
- 4- Glonass: Why it is not interoperabile? Which will the three be new frequencies? Fixing the ambiguities separated Glonass or joined to GPS and Galileo.
- 5- The future receivers. Which the typologies in the Geodetic sector, for permanent stations or for rover receivers, for GIS or for terrestrial navigation? Which the costs and the precisions?
- 6- The reference systems.

1. PROMESSE ED ATTESE

1.1 Navstar GPS

Il primo miglioramento è arrivato nel settembre 2005 con un nuovo satellite del tipo GPS II-R nel quale è attiva la frequenza L2C. La spinta maggiore all'innovazione è stata promessa dalla nuova generazione di satelliti in orbita nei prossimi anni, sino ad arrivare, dopo il 2013 al blocco IIIA. Il programma delle missioni GPS prevede la seguente tempistica (Tab. 1).

Rispetto alla presente tabella stiamo però riscontrando continui ritardi: i tre lanci all'anno dei satelliti IIR-M non sono avvenuti. La ragione ufficiale di tale ritardo è la lunga vita della vecchia costellazione, che a causa di ciò, da tempo, è stata portata dai 24 satelliti teorici ai 29 satelliti effettivi dei blocchi II, IIA, IIR, IIR-M il più anziano dei quali risale all'ottobre del 1990 (<ftp://tycho.usno.navy.mil/pub/gps/gpstd.txt>). In realtà, oltre a questi aspetti economici è facile intravedere la volontà di attendere l'attivazione ed il primo uso pratico della costellazione europea. L'innovazione più importante avverrà con il blocco IIF, in particolare con:

- la terza frequenza L5. Con maggiore potenza e larghezza di banda risulta meno attaccabile rispetto al disturbo intenzionale (jamming); questo consentirà inoltre di migliorare la stima del ritardo ionosferico, specie con la combinazione L1/L5.
- Il codice su L5 con frequenza (10.23 MHz) dieci volte maggiore del C/A. Ciò dovrebbe migliorare la precisione nell'autocorrelazione con un fattore 10 ed un probabile aumento delle prestazioni dei ricevitori rispetto al noise.
- I nuovi codici previsti sulle frequenze L2 e L5 avranno lunghezza del *chip* maggiore e ciò aumenterà le prestazioni degli algoritmi di autocorrelazione e cross-correlazione, riducendo la probabilità di errori nell'acquisizione del segnale in presenza di disturbo provocato da ostruzioni o interferenze. Sarà più semplice attenuare l'effetto del multipath su portanti e codici.
- In termini di velocità di fissaggio delle ambiguità di fase si avranno ulteriori vantaggi. La disponibilità della nuova frequenza L5 consentirà di formare la combinazione L1/L5, con frequenza di 399 MHz e lunghezza d'onda di 75 cm, detta medium lane (ML), e la combinazione L2/L5, con frequenza di 51 MHz e lunghezza d'onda di 5.87 m, detta extra widelane (EWL). Entrambe queste frequenze hanno ambiguità intera.

Satelliti	Innovazioni rispetto ai Blocchi precedenti	Data di lancio
IIR-M	Secondo segnale civile (L2C) M-code (L1M e L2M); Eliminazione SA Anti-jam con "flex power"	Iniziato a settembre 2005. Previsti 3 lanci all'anno
IIF	Terzo segnale civile (L5) ;2 Ru, 1 Cs Anti-jam con "flex power" (migliore potenza su P e M)	Inizia nel marzo 2008
IIIA	Aumento del potere anti-jam Aumento sicurezza ed accuratezza Navigazione sicura; Integrità controllata Compatibilità con i Blocchi precedenti Quarto segnale civile (L1C)	Inizia nel 2013

Tab. 1: Caratteristiche delle nuove costellazioni GPS

A luglio 2006 l'unica modernizzazione, presente con un solo satellite è il codice L2C, che tuttavia sarà completa purtroppo solo nel 2014. Il più importante beneficio è l'eliminazione delle tecniche semi-codeless tracking non più necessarie per l'accesso diretto alla portante L2, similmente alla L1, con un guadagno approssimativo da 10 a 20 dB sul segnale della seconda frequenza e la misura "full-wavelength" della seconda portante.

Il codice, i codici in realtà, sono abbastanza complessi. La portante è modulata da due codici (CM e CL) e da due messaggi di navigazione (il classico NAV e un nuovo messaggio CNAV).

Questo nuovo segnale è una parte del più vasto progetto "Improved Clock and Ephemeris": ICE. Questo progetto prevede di migliorare la precisione delle effemeridi, degli errori di orologio, la stima della ionosfera, e trasmettere queste informazioni nel nuovo messaggio CNAV. Ciò avverrà con un ampliamento del segmento di controllo, in collaborazione con il National Geospatial-Intelligence Agency (NGA). In questi ultimi anni la precisione delle effemeridi trasmesse, valutabile dal rms dell'URE (User Range Error) è molto migliorata, passando da 3 m nel 1994 a 1m nel 2005. Si prevede, con l'avvento del blocco F nel 2008, che possano avere precisione decimetrica, comunicata attraverso il parametro URA.

I dati navigazionali saranno trasmessi, per mezzo di particolari record (Type), ancora con parametri Kepleriani, ma si migliorerà la precisione conoscendo nuove costanti di fitting, come ad esempio la velocità di cambiamento del semiasse maggiore, o del "mean motion", e migliorando la risoluzione degli altri parametri.

1.2 Galileo

Rappresenta il primo sistema di navigazione e posizionamento commerciale nato specificatamente per *scopi civili*, (ma non solo), ed assicurerà un servizio complementare con l'attuale GPS. GALILEO consisterà in 30 satelliti operativi, disposti su tre piani orbitali che copriranno l'intero globo terrestre, in maniera da fornire, attraverso la trasmissione di codici e segnali modulati in tripla frequenza, un servizio multiplo con un continuo monitoraggio globale a terra.

Il posizionamento e la navigazione avverrà in una realizzazione del sistema di riferimento geodetico basato su ITRF ed una versione europea del TAI (Temps Atomique International) per quanto concerne il mantenimento di campioni temporali.

Il servizio è soggetto al controllo della EU, è fornito da Concessionari privati ed è sottoposto sia a servizi liberi dal pagamento diretto di canoni che a servizi a pagamento ma di qualità ed integrità garantita.

Nelle intenzioni dei progettisti del sistema, GALILEO dovrebbe fornire un servizio di navigazione satellitare più robusto, più affidabile, accurato e sicuro rispetto agli attuali sistemi GPS e GLONASS. Il completamento del progetto è programmato per il 2012 con la costellazione di 30 satelliti.

Il lancio del primo satellite sperimentale (in-orbit validation element: Giove A) è avvenuto il 26 dicembre 2005, dalla base di Baikonur, nel Kazakistan, su un missile Soyuz; dopo alcune manovre ha raggiunto un'orbita quasi circolare ad altezza di 23258 km, inclinata di 56 gradi sull'equatore.

Il satellite, del peso di 600 kg, costruito in Inghilterra, ha le seguenti missioni:

- assicurare l'uso delle frequenze assegnate dalla ITU (International Telecommunications Union);
- dimostrare il funzionamento delle tecnologie di posizionamento dei futuri satelliti operativi;
- comprendere il comportamento delle radioonde dalla trasmissione alla ricezione a terra del segnale.

Giove A porta (per motivi di ridondanza) due piccoli orologi al rubidio, della stabilità di 10 nanosecondi al giorno e due unità di generazione dei segnali in banda L.

Due strumenti controllano il tipo di radiazioni alle quali il satellite è soggetto durante la missione. I primi segnali ricevuti in Inghilterra dimostrano un'inaspettata potenza e pulizia del segnale ricevuto.

Il secondo satellite per la validazione, Giove B, costruito in Europa da "Galileo Industries" sarà lanciato nel novembre 2006.

Tale missione ha lo scopo di dimostrare il possibile uso di un orologio PHM (Passive Hydrogen Maser) con stabilità migliore di 1 ns al giorno. Sulla costellazione operativa infatti vi saranno due orologi PHM e due orologi al rubidio in casi di avaria. Dopo Giove B, nel 2008, saranno lanciati quattro satelliti completamente operativi (fase In-Orbit Validation: IOV), sia per il segmento spaziale che quello a terra dal punto di vista navigazionale. Infine, terminata questa fase inizieranno nel 2010 i lanci della fase “Full Operational Capability”: FOC.

1.2.1 I Servizi Galileo

Galileo è un sistema commerciale che, perciò, prevede una serie di servizi così denominati

- Open Service (OS), per mezzo della trasmissione di una serie di segnali “aperti” e gratuiti permette in maniera competitiva al GPS un posizionamento “point positioning” a 4m di precisione, al 95% di probabilità.
- Safety of Life Service (SoL) migliora le *performances* del servizio OS per mezzo di allarmi all’utenza in caso di mancanza di certi margini di precisione (ciò che si chiama integrity).
- Commercial Service (CS) permette l’accesso a due altri segnali, E6b/c che migliorano la precisione del posizionamento (point positioning a 1 m 95%). È un servizio garantito come il SoL. Tale servizio fornisce inoltre un messaggio, sia pur di capacità limitate proveniente dal centro servizi all’utente (di circa 500 baud).
- Public Regulated Service (PRS) fornisce posizione e tempo ad utenti che richiedono elevata continuità del servizio con accesso controllato. Sono allo scopo usati due segnali di navigazione con codici crittografati (E6a, E1a).
- Search and Rescue Service (SAR). Il servizio permette di trasmettere su tutto il globo un segnale di allertamento. Permetterà di migliorare il servizio internazionale COSPAS-SARSAT di ricerca e salvataggio.

1.2.2 Le nuove frequenze GPS e Galileo

Non è possibile parlare delle nuove frequenze Galileo senza fare un paragone con quelle GPS modernizzato, sia per evidenziarne la compatibilità che la competitività (Tab. 2). Tutte queste frequenze hanno una caratteristica fondamentale, senza la quale non si comprendono i concetti appena descritti: sono modulate con codici, di diversa frequenza, lunghezza del chip e fase. Sono proprio questi codici che modificano in maniera netta lo spettro di potenza del segnale.

In terza colonna è riportato l’intero moltiplicatore della frequenza fondamentale che è di 10.23 MHz.

Il segnale così modulato ha una frequenza centrale, definita in Tab. 2, ma ha una larghezza di banda che va da pochi MHz a 90 MHz circa in funzione di come i codici modulano la portante. In termini semplici anche se non rigorosi lo spettro rappresenta la potenza del segnale dispersa su tutta la larghezza di banda. Questa potenza non è detto sia massima al centro della banda, anzi, proprio per rendere compatibili segnali sulla stessa frequenza (GPS L1 e Galileo L1 od E1 che dir si voglia ad esempio, oppure i codici civili e militari di GPS) i picchi di potenza hanno uno sfasamento più o meno accentuato. Questi picchi sono sempre simmetrici rispetto alla frequenza portante, ma il centro di ciascun picco di potenza non corrisponde al centro della portante. Il ricevitore deve cioè traslare di una certa frequenza la sua sintonia per cogliere il massimo segnale

Nome Banda	MHz	(f ₀ *)	GPS	GALILEO			
				Open	Commercial	P.Regulated	SoL
L1 (E1)	1575.42	154	X	X	X	X	X
E6	1278,75	125			X	X	
L2	1227.60	120	X				
E5b	1207.14	118		X	X		X
L5 (E5a)	1176.45	115	X	X	X		X

Tab. 2 Le frequenze dei sistemi GPS e Galileo. “E” indica le frequenze dei satelliti Europei.

1.3 Le nuove modulazioni BOC dei codici

I segnali GPS sono ancor più numerosi di quelli in Tab. 2 e complessi. Una caratteristica innovativa comune è la nuova modulazione dei codici. In particolare evidenziamo la maggior precisione di questi nuovi codici, legata alla loro lunghezza, al chip rate, e al tipo di modulazione. In condizioni peggiori, arriviamo ad *rms* di 10, 15 cm contro i 30 cm del codice C/A.

Ci domandiamo però se anche le fasi saranno più precise. La risposta è affermativa: in parte per la possibilità di estrarle con procedure codeless, in parte per la maggior potenza del segnale e per la migliorata tecnologia di satelliti e ricevitori, ci aspettiamo rumori accidentali sulle fasi di circa 1-2 mm.

Come accennato gran parte delle migliorie su codici e derivano dal tipo di modulazione dei segnali trasmessi.

Una delle più conosciute per tali pregi è la modulazione BOC (Binary Offset Carrier). Cerchiamo, con semplici informazioni di comprenderne il funzionamento. I vantaggi, rispetto alla classica modulazione FSKP (detta anche BPSK) sono così riassumibili:

- i codici sono più precisi (errore accidentale minore) e le fasi estraibili con migliore affidabilità;
- permettono un uso della stessa frequenza centrale (ad es. L1) di GPS, Galileo od altre costellazioni diversamente incompatibili;
- hanno uno spettro abbastanza limitato in banda (non e’ del tutto vero, nel caso della AltBOC (circa 50 MHz))
- a parità di algoritmi di ricezione, i codici BOC sono molto meno sensibili ai multipath;
- i codici sono molto meno sensibili ai multipath;
- richiedono in genere ricevitori meno esosi di energia.

Il concetto è molto semplice: consiste nel modulare un codice PRN (noto o incognito) con un’onda quadra. Il risultato numerico binario è il prodotto dei due codici.

Facciamo un esempio: il codice GPS militare M è del tipo BOC(10,5). Significa cioè che ogni chip del codice, in questo caso incognito, che è di 5 Mcps (5 Mega chip al secondo,) è modulato con un’onda quadra di 10 periodi di onda all’interno di 1 chip. Senza questa modulazione, in un secondo, si alternerebbero cinque milioni di segnali binari che non è detto cambino di segno, in

quanto un numero binario può avere una successione di zeri o di uno continui per un certo tratto. Con la modulazione, in un secondo, si è sicuri che questa alternanza avviene almeno cinquanta milioni di volte. È questo che rende più preciso il codice.

1.4 L'ammodernamento GLONASS

Come noto anche il sistema Glonass è duale, servendo sia per scopi civili che militari. Nel 2001 il governo federale Russo approvò il programma per il ripristino e l'ammodernamento della costellazione. Si prevede nel 2008 una capacità minimale di 18 satelliti ed entro il 2009 il completamento della costellazione di 24 satelliti. L'agenzia coordinatrice del progetto è Roskosmos. Ad agosto 2006 sono disponibili 14 satelliti, dei quali tre del blocco M, ed altri due (il numero 2 e il numero 3 del blocco M) in fase di test. (<http://gge.unb.ca/Resources/GLONASSConstellationStatus.txt>). Questi nuovi satelliti dovrebbero avere una vita media di 7 anni, più di due volte superiore ai precedenti. Nel 2008 dovrebbe essere lanciato il primo satellite test della costellazione K, con vita media di 10 anni.

I satelliti del blocco M, pur essendo più pesanti dei precedenti: 250 kg contro 160 kg, hanno un consumo inferiore di energia, orologi cinque volte più stabili ($1 \cdot 10^{-13}$ al giorno), un segnale civile sulla seconda frequenza. Per il blocco K si prevede una terza frequenza con un segnale di integrità. Le effemeridi saranno più precise in quanto si prevede una precisione submetrica.

È prevista una modernizzazione del segmento di controllo a terra, ed un sistema di certificazione per applicazioni salvavita, nonché, come per Galileo, l'implementazione di un servizio "Search and Rescue" (estensione dell'attuale servizio COSPAS/SARSAT). Attualmente il punto debole del sistema è proprio la precisione delle effemeridi broadcast, comparate con quelle GPS. Nel febbraio 2005, senza includere gli errori di orologio, arrivava anche ad una decina di metri (Fig. 5).

Per i satelliti del blocco K è prevista la trasmissione nelle effemeridi di un ritardo tra la costellazione e la costellazione GPS. Questo ritardo, $\Delta\tau_{GPS}$, già oggi si stima possa essere valutato con precisione di 15ns, pari in lunghezza a circa 4.5m. Similmente al GPS sarà trasmesso un valore di precisione URA, (User Range Accuracy) attualmente previsto ma non usato.

Ricordiamo che da tempo è possibile disporre in un unico sistema di riferimento (IGb00 attualmente) le effemeridi precise di GPS e Glonass, grazie ai calcoli forniti dall'IGS delle numerose stazioni permanenti che, su tutto il globo tracciano entrambe le costellazioni. La possibilità iniziò nel 2000 come progetto pilota denominato IGLOS-PP. Il progetto pilota terminò nel 2005 in quanto i dati ed i prodotti Glonass sono oggi correttamente integrati nelle operazioni standard dell'IGS. La precisione finale delle effemeridi, calcolate settimanalmente con latenza quindicinale è migliore od uguale a 10 cm.

È possibile disporre di effemeridi rapide, entro 17 ore dalla misura o quelle finali, entro 13 giorni. Non è possibile disporre in questo caso delle effemeridi ultra rapide predette. Per la costellazione K la Russia prevede in ogni caso la coerenza con il sistema di riferimento ITRF anche per le effemeridi broadcast. Il messaggio di navigazione subirà, con tale costellazione, un ammodernamento. Attualmente la durata di trasmissione di questo segnale è più breve di quella per il GPS: solo 2.5 minuti, ed è diviso in cinque parti dette "superframes". Contrariamente al sistema GPS le effemeridi consistono in posizioni e velocità nel sistema ECEF PZ-90. Sono fornite anche le accelerazioni causate dalla Luna e dal Sole e vengono usualmente trasmesse ogni 30 minuti. Ricordiamo che le attuali due frequenze portanti variano da satellite a satellite:

$$f_1 = 1602 + 0.5625k \text{ (MHz)}$$

$$f_2 = 1246 + 0.4375k \text{ (MHz)}$$

Il numero k corrisponde al numero del satellite o del canale e, dal 2005, varia tra -7 e +8, anche se i canali +5 e +6 sono usati per scopi di test. Queste nuove frequenze vengono in gergo impropriamente chiamate "negative". È possibile utilizzare anche più di 24 satelliti in quanto lo stesso canale viene utilizzato sempre da satelliti antipodali, cioè per satelliti sullo stesso piano orbitale ma separati in argomento di latitudine di 180 gradi. In questo modo il rapporto fra le frequenze si mantiene sempre di $f_1/f_2 = 9/7$. La terza frequenza, centrata su 1201.5 MHz sarà introdotta con la costellazione K, e sarà utilizzabile con il suo codice anche per scopi civili. Si avrà per ogni satellite:

$$f_3 = f_1 * 3/4$$

In questo modo si può anche scrivere:

$$f_i = L_i(178 + 0.0625k) \text{ (MHz)}$$

dove L_i assume i valori 9, 7 e 6.75 per ciascuna delle tre frequenze. Il primo dei previsti 27 satelliti del blocco K sarà disponibile alla fine del 2008. Per i satelliti spediti GSTB-V2a/b sono previsti dei retroriflettori laser, come in tutti i satelliti Glonass, anche se quelli attualmente utilizzati sono solo tre. (Attualmente sono presenti anche in GIOVE A e GIOVE B, in due vecchi satelliti GPS, e previsti su ogni satellite GPS del blocco III).

2. LE TRE FREQUENZE

2.1 Le precisioni

Non vogliamo comparare i due sistemi europeo ed americano e neppure approfondire le molteplici combinazioni possibili nel fissaggio delle fasi con ricevitori che tracciano entrambe le costellazioni. Lo scopo di quanto segue è fornire un ordine di grandezza del teorico miglioramento di precisione dovuto, in entrambi i sistemi, all'introduzione della terza frequenza ed al miglioramento della precisione di codici e fasi.

Chiariamo subito che le due costellazioni non renderanno obsoleto il posizionamento RTK e neppure renderanno inutile l'uso di reti di stazioni permanenti per il tempo reale. Si avrà anzi che queste reti, più o meno a maglie larghe, serviranno a migliorare e a rendere ancora più affidabile la precisione delle coordinate. Alcuni autori propongono un posizionamento all'interno di una rete con trasmissione nelle correzioni, dei soli bias (non più codici e fasi), valide per una vasta area. Tale posizionamento viene chiamato da alcuni con la sigla PPP-RTK. (De Lacy et al. (2005); Wuebbena et al., (2005); Rho et al. (2005)).

In questo paragrafo esaminiamo allora, per mezzo di alcune simulazioni, quali sono teoricamente, nel posizionamento di precisione a punto singolo le migliori con l'uso di una o di entrambe le nuove costellazioni GPS e Galileo. Come già molti autori hanno fatto, anche noi abbiamo eseguito queste simulazioni partendo dalle quattro o sei equazioni scritte nella modalità *geometry free*.

I risultati si riferiscono a valori teorici di precisione per ogni epoca, sono validi dunque anche per il posizionamento cinematico.

Vediamo prima di tutto quali sono le ipotesi di precisione che abbiamo usato nei vari casi.

Per la costellazione GPS le frequenze fondamentali saranno per L1, L2 ed L5 rispettivamente 154, 120 e 115 volte la frequenza fondamentale f_0 di 10.23MHz. Facciamo allora un'ipotesi approssimativa sull'attuale e futura precisione dei codici e delle fasi.

Attualmente poniamo tali precisioni (1σ) a 0.3m, 0.4m, 2mm, 2.6mm rispettivamente per i due codici e per le due fasi.

In un futuro prossimo questi valori saranno di 0.3m, 0.15m, 0.10m per i tre codici GPS: C/A, L2C, P5, in attesa che, verso il 2013 arrivi il più preciso codice L1C sulla prima frequenza. Per le fasi, anche a motivo del miglior modo con cui viene rilevata dai ricevitori, poniamo per tutte le frequenze sqm di 1mm.

Per la costellazione Galileo le frequenze pubbliche saranno L1(E1), E6 ed E5 rispettivamente 154, 118 e 115 volte la frequenza fondamentale f_0 , identica a quella GPS. Anche ora usiamo un'ipotesi approssimativa sulla futura precisione dei codici e delle fasi.

Poniamo gli sqm dei codici a 0.15m, 0.10m, 0.10m sulle frequenze L1, E6 ed E5. Per le fasi, poniamo per tutte le frequenze sqm di 1mm come nel caso GPS.

Prendiamo in considerazione alcuni scenari. Il primo è quello GPS nel caso attuale: due frequenze e due codici. In questo caso, con le ipotesi di peso già viste, si ottiene per ciascuna epoca, una matrice di dispersione delle ambiguità che fornisce i seguenti sqm:

$$\sigma(\Delta N_1) = 9.16 \text{ cicli}; \quad \sigma(\Delta N_2) = 9.17 \text{ cicli}$$

Purtroppo però la matrice di varianza covarianza è altamente correlata, ad esempio l'ellisse d'errore di N_1 e N_2 è inclinata a 45° con semiassi principali di (13.04 cicli e 0.20 cicli).

Una procedura molto generale per ridurre le correlazioni a vantaggio della ricerca intera delle incognite N_1 ed N_2 è una trasformazione intera di parametri. In tal modo le nostre incognite non saranno più N_1 ed N_2 , ma una loro combinazione intera

$$Z = ZX$$

La combinazione più famosa è quella wide lane $\Delta N_w = (\Delta N_1 - \Delta N_2)$. La lunghezza d'onda di questa combinazione sintetica è di circa 86 cm. Per ricavare C_{zz} si usa:

$$C_{zz} = Z C_{xx} Z^T$$

Con le stesse ipotesi di prima, troviamo gli stessi sqm per l'ambiguità N_1 , ma una precisione ottima su N_w :

$$\sigma(\Delta N_w) = 0.28 \text{ cicli}. \text{ La matrice di correlazione è molto migliorata, quasi scompaiono le correlazioni tra le due ambiguità:}$$

Ora partiamo con le ipotesi fatte per analizzare l'uso delle tre frequenze GPS. In modo analogo a come si è proceduto si ottiene:

$$\sigma(\Delta N_1) = 5.6 \text{ cicli}; \quad \sigma(\Delta N_2) = 5.4 \text{ cicli}; \quad \sigma(\Delta N_3) = 5.4 \text{ cicli}.$$

Sono molto migliorate le precisioni delle incognite, quasi dimezzati quelli che potrebbero essere gli intervalli di ricerca delle ambiguità, ma le correlazioni sono ancora altissime, prossime al 100%.

La stessa simulazione si può fare con le frequenze e le relative precisioni della costellazione Galileo. Si ottiene in tal modo:

$$\sigma(\Delta N_1) = 3.0 \text{ cicli}; \quad \sigma(\Delta N_6) = 2.9 \text{ cicli}; \quad \sigma(\Delta N_5) = 2.9 \text{ cicli}$$

Si ha un forte miglioramento delle precisioni delle incognite, rispetto alle precisioni teoriche GPS. Si noti che tale miglioramento è principalmente dovuto alla migliore precisione dei codici e non tanto all'unica diversa frequenza (E6) di Galileo rispetto a GPS. Come nel caso GPS le correlazioni sono prossime al 100%.

2.2 Le nuove combinazioni

Le combinazioni intere del tipo $(f_j - f_i)$, cioè con costanti moltiplicative +1 e -1 sono solo tre, sia per Galileo che per il GPS ammodernato; alcuni autori le indicano con i nomi: *wide lane*, (WL) *medium lane*, (ML) *extra wide lane* (EWL), in ordine di lunghezza d'onda. Normalmente nelle simulazioni se ne usano due, la terza è spesso la frequenza originale alla quale corrisponde la lunghezza d'onda maggiore o più precisa.

Nel caso GPS scegliamo le differenze della prima con la seconda e della seconda con la terza frequenza. In tal caso si costruiscono le lunghezze d'onda sintetiche GPS $\lambda_{w1} = 86$ cm, $\lambda_{w2} = 5.86$ m. Propagando la varianza si ottengono così gli sqm:

$$\sigma(\Delta N_{w1}) = 0.21 \text{ cicli}; \quad \sigma(\Delta N_{w2}) = 0.015 \text{ cicli}$$

Tali sqm corrispondono metricamente a circa 18 cm e a 9 cm se moltiplicati per le rispettive lunghezze d'onda. La matrice di correlazione presenta valori del 31% e del 4% della prima con la seconda combinazione di ambiguità e della seconda combinazione di ambiguità con la prima ambiguità. Rimane una correlazione dell'93% dell'ambiguità su L1 con la prima combinazione di ambiguità.

Per le frequenze Galileo, scegliendo le differenze della prima con la seconda frequenza e della seconda con la terza, le lunghezze d'onda sono rispettivamente di $\lambda_{w1} = 81$ cm, ed addirittura $\lambda_{w2} = 9.77$ m. Si ottengono così gli sqm:

$$\sigma(\Delta N_{w1}) = 0.11 \text{ cicli}; \quad \sigma(\Delta N_{w2}) = 0.009 \text{ cicli}$$

Entrambi gli sqm corrispondono metricamente a circa 9 cm se moltiplicati per le rispettive lunghezze d'onda. La matrice di correlazione presenta correlazioni del 23% e 25% della prima con la seconda combinazione di ambiguità e della seconda combinazione di ambiguità con la prima ambiguità. Rimane una correlazione dell'80% dell'ambiguità su L1/E1 con la prima combinazione di ambiguità.

Fra tutte le altre infinite combinazioni intere molti si concentrano su quelle che riducono sia la dispersione delle tre ambiguità così combinate, sia gli errori ionosferici.

La combinazione (1, -2, 1) nel caso GPS riduce ad esempio l'errore ionosferico e mantiene una buona precisione geometrica. La stessa combinazione per Galileo, pur avendo buone caratteristiche ionosferiche, non mantiene tale la precisione geometrica.

3. LE NUOVE MODALITÀ DI FISSAGGIO GPS E GALILEO

Accenneremo qui alle più note tecniche di fissaggio proposte in relazione all'uso delle tre nuove frequenze: è chiaro che le migliori riferite alla attuale costellazione GPS dipendono in gran parte da dove queste frequenze sono allocate, e che quindi è possibile formare combinazioni sintetiche particolari, ma anche dalle precisioni dei nuovi codici.

La generica procedura con cui si arriva alla soluzione può essere divisa in tre passi: a partire dalle equazioni linearizzate delle misure

$$y = Aa + Bb + e \quad [1]$$

nelle quali le ambiguità sono rappresentate dal vettore $a \in \mathbb{Z}^n$ e le altre incognite al vettore b , si cerca una soluzione reale, dimenticando la natura intera delle ambiguità (*float solution*). Tali ambiguità, assieme in genere alla loro dispersione, vengono usate nel secondo passo per cercare un certo insieme di ambiguità intere ammissibili. Infine, trovate le ambiguità e fissate ad intero, vengono utilizzate per ricavare la rimanente parte dei parametri b (le coordinate di solito). Quest'ultimo passo può essere eseguito ricavando le coordinate dalle

$$\tilde{b} = \hat{b} - Q_{\hat{b}\hat{a}} Q_{\hat{a}}^{-1} (\hat{a} - \tilde{a}) \quad [2]$$

oppure, inserendo i valori interi nelle [1], con una seconda procedura ai minimi quadrati.

In definitiva può essere seguito un approccio detto "*geometry free model*" nel quale le incognite geometriche possono anche non comparire nelle [1]. Solo dopo aver fissato (correttamente) le ambiguità, le incognite geometriche si risolvono con equazioni del tipo [1] con una seconda procedura ai minimi quadrati.

L'alternativa a questo approccio è denominato "*geometry based model*" nel quale si utilizzano appieno sia le [1] che le [2].

Il primo approccio ha il vantaggio (e svantaggio nello stesso tempo) di ricavare l'ambiguità in maniera indipendente dalla geometria a terra e dei satelliti. Anche con una sola coppia di satelliti può essere scritta un'equazione in grado di migliorare la rigidità del sistema. Le misure possono essere pesate in funzione dell'elevazione delle coppie di satelliti nelle differenze doppie.

Alla lunga, dopo cioè un certo numero di epoche, la geometria vincola abbastanza la soluzione: migliora la precisione con cui possono essere ricavate ambiguità e posizioni, ed il secondo approccio è così da preferirsi.

È chiaro che la soluzione geometrica dipende fortemente dal fatto che si è fissato più o meno correttamente le ambiguità. Per fare ciò esistono svariate modalità. La più grezza, in genere mai utilizzata, è quella definita "*nearest integer*". Si blocca cioè ciascuna ambiguità al valore intero più prossimo, indipendentemente dalla precisione delle componenti di questo vettore. La procedura più fine per contro, ed universalmente accettata, è quella *Lambda* a cui ci siamo riferiti al §2.

Esiste anche una procedura, usata nelle tecniche TCAR e CIR di cui parleremo a breve, denominata "*bootstrap*" o "*conditional integer rounding*": funziona a grandi linee in questo modo.

Se sono disponibili n ambiguità, è possibile partire ad esempio dalla più precisa e fissarla al più prossimo valore intero. Da tale valore ricaviamo nuovi valori reali delle rimanenti $n-1$ ambiguità e le loro dispersioni. La più precisa fra queste viene anch'essa fissata all'intero più prossimo e ricavati valori reali e dispersioni delle rimanenti $n-2$ ambiguità. Ciò avviene sino a che le ambiguità sono tutte fissate o sino a che non è affidabile fissare un'ambiguità intermedia al suo valore intero più prossimo.

Le tecniche più note proposte per l'uso con le tre frequenze sono denominate TCAR (Three-Carrier Ambiguity Resolution, Vollath et al., 1998) per Galileo e CIR (Cascade Integer Resolution, Jung et al., (2000)) per GPS ammodernato.

Sono molto simili. Entrambe iniziano con le equazioni *geometry free* che, alle doppie differenze e per basi corte, possono scriversi:

$$\Delta \nabla P(L) = \Delta \nabla \rho + \alpha_L \Delta \nabla I \quad [3]$$

$$\Delta \nabla \Phi(L) = \Delta \nabla \rho - \alpha_L \Delta \nabla I + \lambda_L \Delta \nabla N_L \quad [4]$$

TCAR funziona in questo modo: Si parte con la combinazione decametrica *extra wide lane*. L'ambiguità è risolta partendo dalla soluzione float ed arrotondando all'intero più prossimo o con il metodo *bootstrap*.

In un secondo passo, a partire dalle combinazioni già fissate ad intero, si risolvono le ambiguità di lunghezza d'onda di circa 80 cm. Risolte e fissate ad intero, l'ultimo passo consiste nel risolvere le ultime ambiguità, solitamente nella prima frequenza portante.

CIR funziona essenzialmente allo stesso modo: si parte dalla *extra wide lane* $z_1 = (a_2 - a_3)$ di lunghezza d'onda 5.86m. Dopo aver risolto queste ambiguità si tenta di risolvere la combinazione *wide lane*: $z_2 = (a_1 - a_2)$ con $\lambda_2 = 86$ cm ed infine quella sulla terza ambiguità: $z_3 = a_3$.

Citiamo un terzo metodo, detto Geometry-Based Cascading Ambiguity Resolution (CAR, Zhang, (2005)) che sfrutta i vantaggi dell'approccio geometrico e del metodo *lambda* con una procedura a cascata. Unico inconveniente la lunghezza della procedura.

Il primo passo parte da un modello geometrico (ambiguità e posizioni incognite) nel quale si usa, alle differenze doppie, la combinazione EWL per le fasi e il più preciso codice sulla terza frequenza per gli pseudorange.

Ad ogni epoca di misura sono aggiornate le ambiguità float, le posizioni e le relative matrici di varianza covarianza attraverso una procedura sequenziale ai minimi quadrati.

Le ambiguità e la loro matrice di dispersione sono sottomesse alla procedura *Lambda* a valle della quale alcune ambiguità possono essere fissate. Se ciò non avviene si procede aggiornando il sistema con i dati di un'epoca successiva. Se le ambiguità sono tutte risolte si passa al secondo passo.

In questo passo il vettore delle misure consiste nelle differenze doppie EWL ormai fissate e nelle differenze doppie di combinazioni WL. Il valore approssimato delle combinazioni WL è calcolato a partire dai valori delle EWL:

Dal modello geometrico posizioni ed ambiguità reali sono ricavate ancora con una procedura ricorsiva ai minimi quadrati. Anche qui le ambiguità WL e le loro dispersioni sono fornite in ingresso alla tecnica *Lambda* per verificare la possibilità di fissaggio. In caso contrario si continua nella procedura dei minimi quadrati sequenziali. Il secondo passo termina al fissaggio intero di tutte le ambiguità WL e corrisponde a nuovi valori di posizione.

Nel terzo ed ultimo passo le osservazioni consistono nelle doppie differenze WL appena fissate e nelle doppie differenze di fase L1 ed E1. I valori iniziali delle fasi sono ricavati similmente a quanto già descritto.

Ad ogni epoca di misura i valori reali delle ambiguità L1 e le loro dispersioni sono sottoposte alla tecnica lambda per il fissaggio. La soluzione viene aggiornata ad ogni epoca di misura sino a che tutte le ambiguità sono fissate (tutte le possibili). Al termine si ricavano le ambiguità N2 e N3 e, da questi valori, le incognite geometriche.

4. I FUTURI RICEVITORI

Già attualmente sul mercato sono disponibili ricevitori che promettono di tracciare le future frequenze Galileo, GPS e Glonass. Ad esempio Topcon® ha annunciato il ricevitore GR3 a 72 canali “universali” in grado di tracciare le tre costellazioni, Javad® ha annunciato un ricevitore equivalente di nome GeNiuSS; NovAtel® ha annunciato un ricevitore in grado di tracciare due frequenze GPS e due Galileo, Septentrio® il ricevitore AsteRx1 in grado di tracciare anch'esso queste due costellazioni.

Parlare dei futuri ricevitori può apparire allora come parlare delle previsioni del tempo della settimana appena trascorsa. Così non è, non solo perché le costellazioni non sono ancora ammodernate od in orbita, ma anche perché il mercato proporrà una vasta fascia di ricevitori per diversi tipi di applicazioni. In ogni caso è utile capire come si muoverà l'industria in questa direzione.

Occorre a tal fine utilizzare almeno quattro grandi categorie: i ricevitori geodetici di alta precisione, tipicamente usabili per stazioni permanenti, i ricevitori geodetici per applicazioni RTK, i ricevitori per applicazioni GIS ed infine i ricevitori da includersi in ricevitori telefonici o usabili sulle autovetture.

È chiaro che i ricevitori più costosi e più precisi saranno in grado di tracciare le tre frequenze GPS, Glonass e le tre frequenze Galileo aperte a tutti. Tali ricevitori sono già tecnicamente disponibili sul mercato a costi, tuttavia, tre volte superiori a quelli di un ricevitore GPS geodetico. L'applicazione ideale è proprio per stazioni permanenti, l'ideale accessorio è un orologio al rubidio e il beneficio che potrà dare alla comunità intera è l'unificazione dei tre sistemi di riferimento spazio temporali GNSS. Ovviamente saranno utilizzati ancora all'interno di reti di stazioni permanenti per il posizionamento in tempo reale.

I ricevitori per scopi RTK, secondo alcuni studiosi (ad es. Verhagen, (2003)) e secondo Simsky (2005) potrebbero essere più semplici ed economici. Per giustificare questa affermazione vediamo prima di tutto le premesse.

I ricevitori potranno essere solo GPS + Galileo. Le tecniche di acquisizione di questi ricevitori a duplice costellazione (CDMA) sono molto simili e più semplici rispetto ai ricevitori Glonass (FDMA) e i ricevitori sono molto più economici.

I segnali Galileo sono molto migliori degli attuali segnali GPS ed in parte migliori anche di GPS ammodernato;

Ciascun segnale Galileo include un cosiddetto “segnale pilota” che può essere acquisito indipendentemente. Ciò ha un positivo impatto proprio nelle applicazioni RTK a ragione del fatto che, in caso di perdita di contatto (cycle slip) la riacquisizione della fase, contrariamente al GPS, è pressoché immediata. Gli schemi di modulazione delle fasi rendono i codici più precisi e meno soggetti al multipath. Per contro le frequenze che dovrebbero tracciare sono quattro, con due frequenze in comune: L1 con E1 e L5 con E5. Ciò comporterebbe aggravii di costo non tanto nei ricevitori, ma principalmente nella costruzione delle antenne.

I nuovi ricevitori non dovrebbero far uso di schemi indiretti i tracciamento della portante L2 (codeless o semicodeless).

La soluzione, secondo gli autori citati, sarebbe quella di utilizzare le sole due frequenze comuni GPS e Galileo. Vi sono altre motivazioni a favore di tale scelta.

Tali frequenze, non le altre, sono infatti riservate all'Aeronautica (ARNS Aeronautical Radio Navigation Service) e quindi protette sia per scopi aeronautici che civili; queste bande infine hanno la massima separazione in frequenza e consentono una buona stima della ionosfera all'interno delle distanze tipiche del posizionamento RTK (che potrebbero essere aumentate a una ventina di km). Le antenne in questo caso sarebbero molto semplici da costruire. Questa strada, seguita da Septentrio, è già stata adottata anche da NovAtel con il ricevitore 15-a.

Un vantaggio non trascurabile di questi ricevitori a doppia costellazione rispetto alle attuali due frequenze GPS, è la possibilità di tracciare contemporaneamente un alto numero di satelliti, particolarmente utile in città o in zone boschive, dove i codici Galileo promettono una resa migliore.

Vi sono ragioni per cui i ricevitori di fascia elevata sono già oggi disponibili sul mercato, mentre quelli di fascia minore, salvo due eccezioni, non sono presenti. La prima è questi ricevitori di alta precisione hanno costi che compensano l'alta tecnologia e il basso numero di esemplari prodotti, la seconda è la tecnica di costruzione FPGA (Field Programmable Gate Array).

Per spiegare il vantaggio in modo poco corretto ma abbastanza chiaro, questa tecnica permette di costruire ricevitori il cui *firmware* è completamente programmabile attraverso opportuno *software*. Ciò consente di costruire ricevitori dotati di “*generic / universal channel*”, cioè di canali in grado di tracciare un generico segnale di una generica costellazione, quindi già pronto in teoria, a tracciare segnali non ancora disponibili.

Ad esempio, il ricevitore NovAtel 15-a dispone di 16 canali in tutto, ma questi canali possono essere utilizzati, a seconda del desiderio dell'utente, in cinque configurazioni diverse. Nella configurazione numero 4 ad esempio si prevedono 6 canali GPS L1, cinque per Galileo L1 e cinque per Galileo E5a.

Rimangono da completare le previsioni inerenti i nuovi ricevitori per applicazioni GIS. Molto probabilmente saranno ricevitori identici o molto simili a quelli RTK, molto meno costosi grazie solo al fatto di non avere al loro interno grandi capacità di calcolo in grado di ottenere il posizionamento RTK, ma solo quelle necessarie a lisciare i codici con le fasi od, al più, ricavare il posizionamento differenziale “*float*”, con semplici tecniche di misura. Saranno ricevitori in grado di tracciare entrambe le costellazioni anche per permettere di ricevere un ampio numero di satelliti anche in condizioni sfavorevoli dovute a numerose ostruzioni, dotati al solito di un ampio schermo per visualizzare la cartografia esistente ed inserire in mappa le entità rilevate.

La gran parte del mercato dei ricevitori GNSS sarà però costituito da ricevitori in grado di essere inseriti nei telefoni cellulari o nelle automobili. Allo scopo, anche in Italia, all'Istituto Superiore Mario Boella (<http://www.ismb.it/>) si stanno studiando *chip* di dimensioni adatte ai telefonini, in grado di costare non più di 5 US\$ (alcuni puntano ad avere chip da 2\$!). Per queste applicazioni è privilegiato Galileo, a motivo del fatto che è un sistema civile e che è dotato di un messaggio di integrità sui codici. Probabilmente si utilizzeranno i codici delle due frequenze più separate.

5. I SISTEMI DI RIFERIMENTO E L'INTEROPERATIVITÀ . LUCI ED OMBRE

Per garantire la piena interoperabilità dei sistemi di navigazione occorre che gli stessi utilizzino un comune sistema di riferimento. Tale sistema è implicitamente trasmesso dalle effemeridi. Purtroppo così attualmente non avviene. Per quanto riguarda GPS il sistema è WGS84 nella sua ultima versione G873, risalente al 1996, coerente con ITRF (International Terrestrial Reference Frame) a circa 10cm. Per Glonass si utilizza attualmente il sistema PZ90, per Galileo è previsto un GTRF (Galileo Terrestrial Reference Frame) come realizzazione ITRS (International Terrestrial Reference System) ed una versione europea del TAI (Temps Atomique International) per quanto concerne il mantenimento di campioni temporali.

Qual'è la soluzione oggi tecnicamente migliore? La risposta è il sistema ITRS, Realizzato e mantenuto dal Centro di Produzione ITRS dello IERS (International Earth Rotation and Reference Systems Service). Attualmente l'ultima realizzazione è ITRF2005, molto simile alla precedente ITRF2000. Questo sistema è calcolato a partire da varie tipologie di dati, non solo le misure delle stazioni permanenti GPS, ma anche le più precise misure VLBI (Very Long Base Interferometry), quelle SLR (Satellite Laser Ranging) e quelle DORIS (Determination d'Orbite et Radio-positionnement Integre par Satellite). Non potrà essere completamente coincidente con un sistema definito dalle sole misure GPS o GNSS. Galileo inoltre non potrà adottare lo stesso sistema di riferimento GPS anche per mantenere la relativa indipendenza.

Per quanto riguarda l'unità di tempo: Galileo System Time (GST) e GPS time saranno (purtroppo) *due* realizzazioni dello stesso UTC = Universal Time Coordinated TAI (Atomic Time).

Per il trattamento dei dati in post processing il problema non si pone in quanto è risolto attraverso una trasformazione tra i sistemi di riferimento. Il problema principale rimane l'interoperabilità in tempo reale: anche se gli USA, la Russia e l'UE sono interessati a rendere le effemeridi trasmesse sempre più coerenti con il sistema ITRF, rimangono delle discordanze.

Per quanto riguarda la scala dei tempi è previsto nel messaggio navigazionale delle tre costellazioni di inserire un valore di ritardo che permetta il collegamento almeno con la scala GPS. In ogni caso la differenza temporale $\Delta\tau$ tra costellazioni sarà dell'ordine del nanosecondo ($10^{-9}s=30$ cm) e si recupera al costo di una osservazione ad un satellite nel point positioning. Queste differenze non sono tali da interessare le numerosissime applicazioni di bassa precisione.

Per quanto riguarda l'accoppiamento GPS e Galileo, Galileo Geodesy Service Provider (GGSP) prevede di rendere compatibile GTRF con ITRF entro 3 cm. Dello stesso ordine di grandezza (3-6 cm), si prevede la coerenza con i sistemi IGBxx o IGCxx.

Nel posizionamento differenziale di precisione, le differenze temporali sono praticamente eliminate e, per basi sufficientemente corte, sono insensibili anche le modeste differenze previste nei sistemi di riferimento.

Un ruolo fondamentale per questi calcoli è giocato dalla rete di stazioni permanenti. Queste stazioni infatti, se tracciano più di una costellazione, possono rappresentare il modo di unificare i vari sistemi di riferimento. Ciò è avvenuto per il progetto IGLOS all'interno di IGS e ciò può avvenire anche per Galileo. In particolare la IAG (International Association of Geodesy) ha formato il gruppo di studio 1.2, assieme alla Commissione IV e all'IGS che si intitola "Use of GNSS for Reference Frames". Fra i suoi scopi vi è lo studio delle sinergie attendibili da una rete di stazioni permanenti GNSS per il mantenimento del sistema di riferimento.

6. BIBLIOGRAFIA

- Alanen K., Wirola L., Käppi J., Syriärinne J. (2006) Mobile RTK using low-cost GPS and Internet-Enabled Wireless Phones. Inside GNSS May-June pagg. 32-39.
- De Lacy M. C., Gil A.J., Rodriguez-Caderot G.G., (2005): *The effect of modernized GPS and Galileo in the theoretical limits of Precise Point Positioning (PPP)*. Kluwer Academic Publisher, Netherlands.
- Dovis F., Mulassano P. (2005) *On the tracking performance of a Galileo/GPS receiver based on hybrid FPGA/DSP board*. ION GNSS 18th Technical Meeting of the satellite division, 13-16 sept 2005 pagg 1611-1618.
- Jung, J., Enge, P., Pervan, B. (2000) *Optimization of Cascade Integer Resolution with Three Civil GPS Frequencies* Presented Sep 2000 at the Institute of Navigation's GPS conference, Salt Lake City, UT
- Rho H., Langley R. B. (2005) *Dual frequency GPS Precise Point Positioning with WADGPS corrections*. ION GNSS 18th Technical Meeting of the satellite division, 13-16 sept 2005 pagg 1470-1482.
- Simsky A., Sleewaegen J. M., De Wilde W., Wilms F. (2005) *Galileo Receiver Development at Septentrio*. ECN GNSS 2005, Munich. 19-22 July 2005.
- Simsky A., Sleewaegen J. M., De Wilde W., Wilms F. (2005) *Overview of Septentrio's Galileo Receiver Development strategy*. ION GNSS 18th Technical Meeting. Pagg 1888-1895 13-16 september.
- Simsky A. (2006) *Three's the charm: triple-frequency combinations in future GNSS*. InsideGNSS July/August pagg. 38-41.
- Teunissen P. (1993) *Least-squares estimation of the integer GPS ambiguities*. IAG General Meeting, Invited Lecture, Section IV Theory and Methodology, Beijing, China.
- Teunissen P., Joosten P.; Tiberius Ch.; (2002): *A comparison of TCAR, CIR and Lambda GNSS Ambiguity resolution*, ION 2002 pagg. 2799-2808
- Verhagen, S., Joosten P. (2003) *Algorithms for design computations for integrated GPS-Galileo*. Proceedings of GNSS 2003, 22-25 April 2003, Graz, Austria.
- Vollath, U., S. Bimbach, H. Landau, J.M. Fraile-Ordoñez, M. Martin-Neira (1998), *Analysis of Three-Carrier Ambiguity Resolution (TCAR) Technique for Precise Relative Positioning* in GNSS-2, Proceedings of the ION GPS 1998
- Wang, J., Rizos, C., Stewart, M.P., & Leick, A., (2001). *GPS and GLONASS integration: Modelling and ambiguity resolution issues*. GPS Solutions, 5(1), 55-64.
- Wuebbena G., Schmitz M., Gagne A. (2005) *PPP-RTK Precise Point Positioning using State Space Representation in RTK networks*. ION GNSS 18th Technical Meeting of the satellite division, 13-16 sept 2005 pagg 2584-2594.
- Zhang Wentao (2005) *Triple Frequency Cascading Ambiguity Resolution for Modernized GPS and GALILEO*. UCGE Reports Number 20228 Department of Geomatics Engineering (URL: <http://www.geomatics.ualgary.ca/links/GradTheses.html>)