

GPS per il monitoraggio di deformazioni: calibrazione della matrice di covarianza delle basi stimate

Ludovico Biagi (*), Maddalena Gilardoni (**), Giovanna Venuti (***), Maria G. Visconti (****)

(*) DIAR- Politecnico di Milano - Polo regionale di Como, via Valleggio 11, 22100 COMO, tel. 0313327562, fax 0313327519, ludovico.biagi@polimi.it,

(**) DIAR- Politecnico di Milano - Polo regionale di Como, via Valleggio 11, 22100 COMO, tel. 0313327537, fax 0313327519, maddalena.gilardoni@mail.polimi.it,

(***) DIAR- Politecnico di Milano - Polo regionale di Como, via Valleggio 11, 22100 COMO, tel. 0313327527, fax 0313327519, giovanna.venuti@polimi.it,

(****) DIAR- Politecnico di Milano - Polo regionale di Como, via Valleggio 11, 22100 COMO, tel. 0313327509, fax 0313327519, grazia.visconti@gmail.com,

Riassunto

Nel monitoraggio delle deformazioni l'entità degli spostamenti che si vuole rilevare è spesso confrontabile con gli errori di osservazione.

Nel caso del GPS, com'è noto, le matrici di varianza covarianza delle coordinate dei punti rilevati sono sottostimate, ovverosia la distribuzione di probabilità stimata delle coordinate presenta una varianza minore di quella reale. Ciò è in parte dovuto a errori nel modello stocastico dei minimi quadrati (matrice dei pesi non corretta) e in parte a errori nelle equazioni di osservazione (errori sistematici). Qualora si voglia verificare se le coordinate di uno stesso punto siano cambiate significativamente nel tempo, si pone dunque il problema di ricavare covarianze realistiche a valle della compensazione dei dati GPS, a partire cioè dalle stime ottenute.

Realizzando le misure secondo schemi opportuni, è possibile calibrare le matrici di covarianza supponendo che la loro forma sia prevalentemente determinata dalla geometria mentre la scala, ovvero il $\hat{\sigma}_0^2$, sia eccessivamente ottimistico. Si tratta allora di usare una forma ridondante delle osservazioni per una ristima del $\hat{\sigma}_0^2$ esterna al metodo dei minimi quadrati.

Tale tecnica è stata applicata nelle campagne di misura GPS condotte dal nostro gruppo per il controllo di deformazioni della frana di Assisi nell'ambito del progetto MORFEO.

Abstract

In deformation monitoring the amplitude of the analyzed phenomena is often comparable with observation errors. In the GPS case, as it is well known, the coordinates' variance-covariance matrices of the observed points are under estimated, i.e. their estimated probability distribution has a variance lower than the real one. This is due to errors e both in the stochastic model and in the deterministic model. Therefore, if we want to verify whether the coordinates of a point are significantly varying in time, we need to determine more realistic covariances from the coordinates obtained by the GPS data adjustment. Adopting proper surveying schemes, it is possible to calibrate the covariance matrices by assuming that their shape is mainly due to the network configuration while the scale, namely the $\hat{\sigma}_0^2$, it by far too optimistic.

A redundant number of observations allows for a new estimate of the $\hat{\sigma}_0^2$ independent from the least squares procedure.

Such a technique has been applied in a GPS campaign, performed by our group within the MORFEO project, with the aim of monitoring the Assisi landslide deformations.

Il GPS per il monitoraggio di deformazioni

Nell'ambito del progetto pilota MORFEO per il monitoraggio frane, finanziato dall'Agenzia Spaziale Italiana, si prevede l'uso del GPS per la determinazione di deformazioni al fine di validare prodotti SAR Envisat.

Gli spostamenti in esame sono dell'ordine di qualche centimetro all'anno e coinvolgono aree di pochi chilometri quadrati di estensione. Una delle aree test, alla quale si riferiscono i risultati riportati in questo articolo, è la frana che interessa il quartiere Ivancich di Assisi.

Campagne di misura GPS e di livellazione vengono condotte con cadenza annuale a partire dal 2001 dall'Università di Perugia per conto del Provveditorato alle Opere Pubbliche (OOPP) di Toscana e Umbria. Sull'area sono altresì disponibili serie temporali di deformazioni ottenute da immagini SAR-Envisat da parte dell'IREA di Napoli, oggetto di validazione da parte del nostro gruppo in ambito MORFEO. Oltre ai dati già disponibili sono previste 3 campagne di misura GPS, di cui la prima si è svolta il 5 e il 6 Maggio 2009. La campagna è stata effettuata su un sottoinsieme dei punti della rete materializzata dall'Università di Perugia, a seguito di un accordo di collaborazione con il Provveditorato OOPP. Il rilievo di Maggio densifica il monitoraggio nel tempo, essendo stato fatto a sei mesi circa di distanza dal precedente; lo schema di rilievo adottato ricalca quello scelto dai colleghi di Perugia, ma l'elaborazione dei dati è svolta in maniera indipendente. Il presente lavoro è basato sui risultati di una prima elaborazione dei dati, eseguita con il programma LGO della Leica. Si tratta di una fase preliminare nel processo di validazione, che tuttavia è necessaria quando si vogliano effettuare confronti statistici tra i risultati delle compensazioni dei dati GPS (siano coordinate o spostamenti) con stime analoghe da dati GPS, SAR o altre tecniche. Il lavoro consiste nella stima di un coefficiente correttivo della matrice di varianza covarianza delle coordinate GPS a partire da un opportuno insieme di stime e dalle matrici di varianza covarianza stesse, che come già detto sono sempre sottostimate. Si osservi che alcuni software per il trattamento dati GPS come GEOGenius effettuano una ripesatura arbitraria della matrice di varianza covarianza delle coordinate; ci è sembrato opportuno dare una giustificazione a tale procedimento empirico, valutando un coefficiente di calibrazione a partire dalle osservazioni.

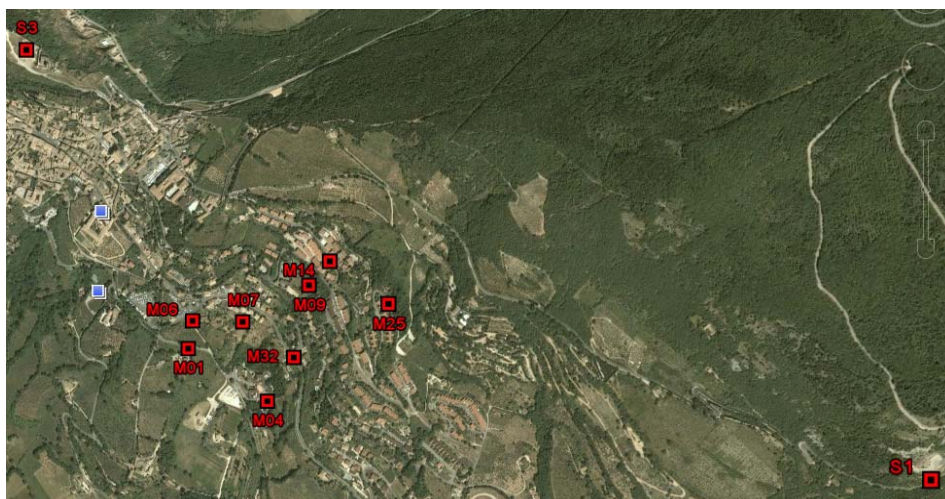


Figura 1 – La rete GPS di Ivancich.

La rete GPS di Ivancich: rilievo e compensazione

La rete rilevata è riportata in Figura 1. Come già detto i vertici sono un sottoinsieme di quelli rilevati dall'università di Perugia, la scelta è in gran parte legata alla vicinanza con i punti in cui è stimata la deformazione da SAR; ricordiamo che scopo finale del rilievo è infatti quello della validazione. Essa è seguita a un sopralluogo, in seguito al quale sono stati selezionati i punti che sembravano in posizione migliore, anche se non sempre ideale, per il rilievo GPS.

I punti S1 e S3 (cf. Figura 1) si trovano su un'area che non è coinvolta dal movimento franoso, mentre gli 8 punti designati con la lettera M (cf. Figura 1) si trovano nell'area di frana.

Lo schema del rilievo è quello adottato dall'Università di Perugia in modo da avere risultati confrontabili. La campagna è stata condotta in due giornate successive (giorni GPS 125 e 126) facendo uso di 6 ricevitori a doppia frequenza: 2 Leica System 1200 con antenna AX1202GG e 4 TopCon con antenna TpsLegacy2.

Ogni giorno due ricevitori venivano posti sulle stazioni S1 e S3 a ricevere per tutta la durata del rilievo, circa 5 ore. Due sessioni di 2 ore su quattro degli otto punti in area di frana sono state condotte il primo giorno, scambiando, tra la prima e la seconda sessione, operatori e ricevitori di ciascun punto; sui rimanenti quattro punti si è ripetuto il medesimo schema il secondo giorno; i punti M rilevati nelle diverse sessioni sono riportati in Tabella 1. Si sono quindi compensate differenze doppie di fase L1 in singola base fissando il punto S1 alle stesse coordinate utilizzate dall'Università di Perugia a partire dal 2001.

Per ciascun punto M è possibile ricavare le 4 stime seguenti: la stima derivante dalla compensazione delle osservazioni della I e II sessione rispetto a S1; e la stima derivante dalla

giorno 125	sessione I	M1	M4	M6	M7
	sessione II	M1	M4	M6	M7
giorno 126	sessione I	M9	M14	M25	M32
	sessione II	M9	M14	M25	M32

Tabella 1 – Punti M rilevati nelle diverse sessioni nei due giorni di rilievo 125 e 126.

compensazione della I e II sessione rispetto a S3. Si osservi che mentre le stime relative a sessioni diverse sono indipendenti tra di loro, così non sono quelle relative a una stessa sessione anche se con riferimento a stazioni fisse diverse. In tale ultimo caso, infatti, le stime rispetto alle due diverse stazioni contengono un sottoinsieme comune di osservazioni, quelle effettuate dai punti M.

La calibrazione

La precisione delle coordinate ottenute dalla compensazione ai minimi quadrati delle osservazioni GPS (differenze doppie di fase L1) dipende, come è noto, in parte dalla geometria della rete, ovvero dalla posizione relativa dei satelliti e dei ricevitori durante il rilievo, in parte da quelli che diremo genericamente errori di osservazione e di modello, sia deterministico che stocastico.

Il contributo legato alla geometria è contenuto nella matrice normale dei minimi quadrati, da cui dipende la matrice di varianza covarianza delle coordinate che vogliamo calibrare. Tale contributo sarà ritenuto corretto. La parte di errori di osservazione e di modello si riflettono sia nella matrice normale che nel fattore di proporzionalità $\hat{\sigma}_0^2$, in genere sottostimato. La calibrazione proposta consisterà soltanto in una valutazione più realistica del fattore di proporzionalità.

Si procede nel seguente modo. Si compensano le osservazioni GPS delle stazioni S1 e S3 dei due giorni 125 e 126, un'unica sessione di 10 ore, ottenendo un set di coordinate di S3 rispetto a S1 (o di S1 rispetto a S3). Tali coordinate verranno considerate come se fossero la media teorica delle variabili casuali 'coordinate di S3'. Si rideterminano quindi le stesse coordinate compensando solo i dati di una singola sessione alla volta, 4 determinazioni in tutto.

La differenza al quadrato tra la singola coordinata di una delle 4 sessioni rispetto al valore di riferimento, ottenuto compensando le 10 ore di osservazione, può essere considerata una stima della

varianza della variabile casuale che descrive la coordinata corrispondente ad esempio per la I sessione del giorno 125:

$$\left(\hat{\sigma}_x^2\right)_{125}^I = \left(X_{125}^I - X_r\right)^2 \quad \left(\hat{\sigma}_y^2\right)_{125}^I = \left(Y_{125}^I - Y_r\right)^2 \quad \left(\hat{\sigma}_z^2\right)_{125}^I = \left(Z_{125}^I - Z_r\right)^2 \quad [1]$$

Tale stima tiene conto degli errori di osservazione e di modello che agiscono sulle osservazioni della sessione a cui si riferisce. E', in altri termini, una stima realistica della varianza della coordinata X di tutti i punti della rete considerata per una data sessione.

Si compensano quindi le 8 basi costituite dai punti M rispetto a S1, ottenendo due stime di coordinate per ogni punto M, una per ciascuna sessione di 2 ore, con la relativa matrice di varianza covarianza.

Per ogni matrice, si valuta un coefficiente di calibrazione dato dal rapporto tra la somma dei quadrati delle differenze di coordinate di S3 relative alla sessione in considerazione e quelle di riferimento, e la traccia della matrice da calibrare. Ad esempio, per il generico punto M determinato nella I sessione del giorno 125, si ha:

$$\left(c_{125}^I\right)_{M_i} = \frac{\left(\hat{\sigma}_x^2\right)_{125}^I + \left(\hat{\sigma}_y^2\right)_{125}^I + \left(\hat{\sigma}_z^2\right)_{125}^I}{\text{Tr}C_{125}^I(M_i)} \quad [2]$$

e la corrispondente matrice calibrata è data da:

$$\left(\hat{C}_{125}^I\right)_{M_i} = \left(c_{125}^I\right)_{M_i} \left(C_{125}^I\right)_{M_i} \quad [3]$$

Si tratta ovviamente di un metodo empirico che contiene delle approssimazioni, che riterremo trascurabili: ad esempio, si assume nulla la varianza della coordinata di riferimento, si considera nulla la correlazione tra le coordinate di riferimento e le coordinate di S3 stimate nelle singole sessioni.

La matrice di covarianza di uno dei punti M prima e dopo la calibrazione è riportata in Tabella 2 a titolo di esempio. Come si vede le varianze calibrate sono ben più ragionevoli di quelle stimate con i minimi quadrati.

$\left(C_{125}^I\right)_{M_i}$			$\left(\hat{C}_{125}^I\right)_{M_i}$		
0.0537	0.0098	0.0293	24.2334	4.4061	13.2183
0.0098	0.0195	0.0049	4.4061	8.8122	2.2030
0.0293	0.0049	0.0391	13.2183	2.2030	17.6243

Tabella 2 – Matrice di covarianza stimata (a sinistra) e calibrata (a destra) delle coordinate cartesiane geocentriche del punto M1 nella sessione I del giorno 125 in mm²

I valori ottenuti possono quindi essere utilizzati per successivi test tra coordinate GPS ottenute in sessioni diverse o in campagne di misura passate, per verificare la significatività di eventuali spostamenti. Infine le covarianze delle coordinate si potranno propagare ai valori di spostamento (differenze di coordinate tra due epoche diverse) dei punti rilevati in vista delle successive operazioni di validazione.

Significatività degli spostamenti

Poiché si dispone di due stime diverse, indipendenti a tempi ravvicinati delle coordinate di ciascun punto M, si è innanzitutto deciso di mediare tali stime dopo aver verificato l'ipotesi che le due determinazioni abbiano la stessa media con un test Z standard.

	delta X [mm]	delta Y [mm]	delta Z [mm]
M1_2001/M1_2009	28.80	-8.70	30.30
M1_2006/M1_2009	42.40	2.80	33.90
M1_2007/M1_2009	31.40	7.80	29.20
M4_2001/M4_2009	41.00	19.20	39.20
M4_2006/M4_2009	41.60	11.50	51.20
M4_2007/M4_2009	29.60	20.30	31.80
M6_2001/M6_2009	43.20	19.20	29.20
M6_2006/M6_2009	26.60	16.90	34.80
M6_2007/M6_2009	21.70	19.60	33.10
M7_2001/M7_2009	-27.00	37.50	66.70
M7_2006/M7_2009	6.40	16.30	32.20
M7_2007/M7_2009	10.60	12.70	24.50
M9_2001/M9_2009	-11.40	63.90	82.40
M9_2006/M9_2009	13.40	29.90	50.30
M9_2007/M9_2009	9.10	16.80	39.40
M14_2001/M14_2009	-42.40	75.70	44.60
M14_2006/M14_2009	16.10	43.00	34.40
M14_2007/M14_2009	-12.00	20.00	2.50
M25_2001/M25_2009	25.10	4.60	40.60
M25_2006/M25_2009	13.10	5.50	18.90
M32_2001/M32_2009	17.30	-2.20	38.70
M32_2006/M32_2009	-0.80	8.50	22.80

Tabella 3 – Componenti cartesiane geocentriche dei vettori spostamento dei punti M tra le campagne 2009-2001, 2009- 2006, 2009- 2007

Si osservi che tale test non sarebbe verificato in nessun caso qualora si utilizzassero le matrici di covarianza non calibrate: con tali matrici cioè sembrerebbe che tutti i punti si muovano significativamente nell'intervallo fra le due sessioni (circa 2 ore). Utilizzando le matrici calibrate comunque alcuni dei punti non superano la verifica. Tornando ai risultati della compensazione, si è osservato che si tratta di punti in cui una delle due stime è associata a valori di GDOP troppo elevati, ovvero a configurazioni della rete non buone. In tali casi si è scelto di utilizzare solo la stima migliore, con valori di GDOP e sigma zero a posteriori della compensazione minore. In effetti la calibrazione, effettuata sui soli punti S1 e S3, non tiene conto di specifici effetti relativi ai punti M, che probabilmente modificano anche la matrice normale.

Le coordinate cartesiane geocentriche da noi ottenute con le rispettive matrici di covarianza, opportunamente calibrate e propagate ai valori medi sono state utilizzate per un confronto con le coordinate ottenute dall'Università di Perugia nelle campagne del 2001 del 2006 e 2007 a nostra disposizione. I valori di spostamento osservati per ognuno degli 8 punti M sono riportati in Tabella 3, in grassetto sono evidenziati quelli significativi secondo un test standard Z al 5 % di significatività (per i punti 25, 2, e 32, mancano i dati del 2007).

Va detto che la calibrazione è stata eseguita solo sui dati del 2009, tuttavia le coordinate degli anni precedenti presentano varianze realistiche, probabilmente anche grazie a confronti con altre misure a terra,.

Conclusioni

Procedure di calibrazione delle matrici di covarianza delle coordinate GPS risultano essenziali qualora si vogliano effettuare test di significatività sugli spostamenti dei vertici rilevati. Quella da noi descritta, sebbene contenga un certo grado di approssimazione, si è rivelata efficace e, in particolare, non tutte le variazioni di coordinate risultano significative, come invece sarebbe successo usando matrici di covarianza non calibrate.

Schemi di rilievo che forniscano stime ripetute di coordinate indipendenti possono essere più proficuamente utilizzati in procedure di calibrazione. Nel caso in esame, ad esempio, qualora si fossero rilevati i quattro punti M anziché in due sessioni consecutive nello stesso giorno, nelle sessioni corrispondenti dei due giorni consecutivi (I sessione del giorno 125 e I sessione del giorno 126 ad esempio), la configurazione geometrica della rete avrebbe agito come sistematismo anziché in maniera casuale. L'uso di stazioni permanenti nella compensazione della rete potrebbe sostituire in fase di calibrazione quello dei punti S1 e S3.

Ringraziamenti: Si ringraziano il Provveditorato alle OO.PP. Toscana-Umbria e l'Università di Perugia che ci hanno permesso di utilizzare i risultati delle campagne di misura GPS del 2001-2006 e 2007, nonché i vertici della rete da noi rilevati, e l'Agenzia Spaziale Italiana per il supporto alla ricerca MORFEO di cui questo lavoro è parte.

Riferimenti bibliografici

Baarda W.(1968), *A testing procedure for use in geodetic networks*, *Neth. Geod. Comm*, Vol. 2, N.5, Delft.

Biagi L. (2006), *I fondamentali del GPS*, Geomatics Workbooks, Vol.8.

Cilli M.E., Radicioni F., Stoppini A. (2002), "Analisi dei risultati di recenti campagne di misura nella rete di monitoraggio GPS della frana di Assisi", *La difesa della montagna. Convegno nazionale, Assisi 11-12 Dicembre 2002*.

Sansò F. (2000), *Quaderni di trattamento statistico dei dati. Q3. La verifica d'ipotesi*, Edizioni Città studi, Milano.

Teunissen P.J.G., Kleusberg A. (1998) *GPS for geodesy 2nd Ed.* Springer Verlag, Berlin Heidelberg.

Per il progetto Morfeo si veda: <http://www.morfeoproject.it>