RICERCA STORICA PER VALUTARE GLI EFFETTI E LE CONSEGUENZE PRODOTTE DALLE MODIFICHE DEL TRIGONOMETRICO "CROCE DEL PRATOMAGNO"

Camillo Berti (*), Fabio Camiciottoli (**), Luciano Surace (***)

(*) Università di Firenze, Dipartimento Studi Storici e Geografici, Via S.Gallo, 10, Firenze, camillo.berti@gmail.com
(**) Provincia di Arezzo, Servizio Difesa del Suolo, Via Arrigo Testa, 2, Arezzo, fcamiciottoli@provincia.arezzo.it
(***) Istituto Idrografico della Marina, Passo dell'Osservatorio, Genova, luciano.surace@libero.it

Riassunto
Scopo del presente lavoro è valutare gli effetti della costruzione, sul trigonometrico di I° ordine Pratomagno, della croce inaugurata nel 1928 e in seguito ricostruita nel 1969, perché spezzata nel 1966 a seguito di un fulmine. Lo studio evidenza l'evoluzione del vertice, fornisce una base di lavoro per future analisi e mette in luce le implicazioni che tale evoluzione ha prodotto in ambito catastale. Ricostruire l'evoluzione storica di un punto geodetico, ancorché appartenente alla vecchia rete, è utile per valutare corretti parametri di trasformazione tra sistemi cartografici differenti (ad esempio per il passaggio Gauss-Boaga/Cassini-Soldner)e per confrontare dati attuali e storici.

Abstract
The work analyzes the evolution of the monumentation of the point "Pratomagno", belonging to the 1° order national network. It highlights the effects of the construction of the big cross inaugurated in 1928 and rebuilt in 1969, after a destructive lightning occurred in 1966. Such modification had, and still has, many consequences on the cadastral data. The knowledge of the changes occurred in the monumentation of a ground control point is fundamental to estimate correct transformation parameters between different coordinate systems such as Gauss-Boaga and Cassini-S oldner.

Introduzione

Come è noto, per gran parte del territorio nazionale il catasto geometrico utilizza come sistema di riferimento l'ellissoide di Bessel con tre diversi orientamenti, Genova per l'Italia centro-settentrionale, Roma per il Centro e Castanea delle Furie per il Meridione. Per la rappresentazione è utilizzato il sistema Cassini-Soldner e numerosi centri di proiezione: i principali sono 32 e hanno copertura all'incirca regionale.
I punti trigonometrici che materializzano il sistema di riferimento catastale adottato sono depositati presso l'Ufficio del Territorio. Nelle monografie dei vertici compresi nelle zone dove è in vigore il sistema Cassini-Soldner sono riportate, oltre alle informazioni per l'individuazione del punto, sia le coordinate nel sistema catastale che quelle nel sistema Gauss-Boaga.
Nei comuni ricadenti in provincia di Arezzo è in uso il sistema catastale Cassini-Soldner con origine a Siena-Torre del Mangia, ad eccezione del comune di Monterchi in Valtiberina dove le coordinate hanno come centro di emanazione il Monte Pennino in Umbria. All'interno del territorio provinciale sono presenti circa 1400 trigonometrici catastali, tra I, II, III IV ordine IGM, Rete, Sottorete, Dettaglio catastale.

Pre Analisi dei Dati

Eseguendo un confronto, tra le coordinate Gauss-Boaga, e quelle calcolate con CartLab/Traspunto a partire dai valori espressi in Cassini-Soldner, di tutti i vertici catastali presenti nella provincia di

Arezzo, risulta uno scarto minore nel fuso Ovest con un valore medio inferiore ai 0.10 m nelle due componenti e differenze maggiori nel fuso Est, dove si hanno anche valori massimi di scarto (Est: 0.34 m; Nord 0.81 m).

	Gauss-Boaga (fuso ovest)		Gauss-Boaga (fuso est)	
	Est	*Nord*	*Est*	*Nord*
Media Globale Trigonometrici	-0.04	-0.09	0.04	-0.17
Valore Medio Massimo	0.06	0.02	0.11	-0.06
Valore Medio Minimo	-0.12	-0.18	-0.09	-0.35

	Gauss- Boaga (fuso ovest)		Gauss- Boaga (fuso est)	
	Est	*Nord*	*Est*	*Nord*
Diff. Maggiore	0.12	0.13	0.2	0.22
Diff. Minore	-0.23	-0.37	-0.14	-0.59
Scarto massimo	0.35	0.5	0.34	0.81

Tabella 1– Riepilogo degli scarti. Nella tabella di sinistra vengono evidenziati i valori medi delle differenze calcolate su tutti i vertici e i valori massimi e minimi degli scarti medi dei trigonometrici aggregati per comuni. Nella tabella di destra i valori estremi e lo scarto massimo registrati sui trigonometrici analizzati.

L'analisi geografica in ambiente GIS degli scarti aggregati per comune nelle due componenti Est e Nord evidenzia che le differenze maggiori sono concentrate nei comuni prossimi al trigonometrico di primo ordine "Pratomagno", che fa parte della rete fondamentale che materializza il Sistema di Riferimento Roma40.

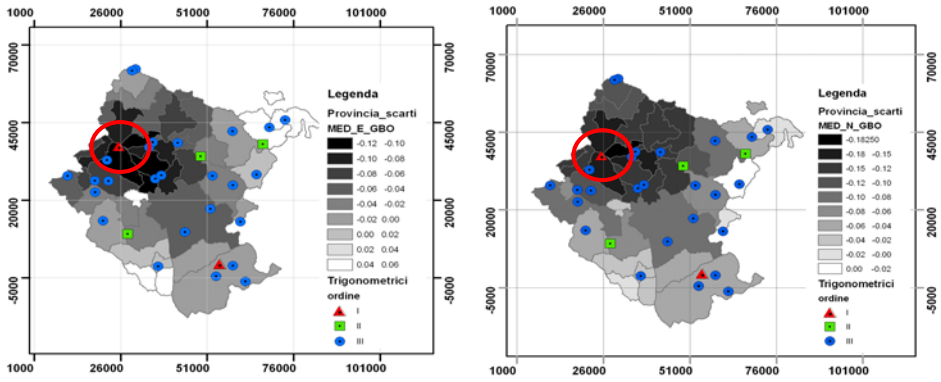

Figura 1 – Nelle due immagini sono rappresentati, nel Sistema di Riferimento Cassini-Soldner centro di emanazione Torre del Mangia, gli andamenti degli scarti in Provincia di Arezzo. Nella figura di sinistra sono rappresentati gli scarti medi comunali sulla coordinata Est (Gauss-Boaga fuso Ovest). Nella figura di destra sono rappresentati gli scarti medi comunali sulla coordinata Nord (Gauss-Boaga fuso Ovest).

Il trigonometrico "Pratomagno", è individuato dall'Istituto Geografico Militare (IGM) con il codice 114132, è ubicato a quota 1590 metri s.l.m, nel punto più elevato della catena omonima, nel Comune di Loro Ciuffenna. Tale catena montuosa separa il Valdarno Superiore dal Casentino, è uno dei contrafforti più alti dell'Appenino toscano e dalla sua sommità è possibile osservare una notevole estensione di territorio, compresa la città di Firenze.

Di Pratomagno alle suberbe cime...
..... si vedeva l'interior paese
Del Valdarno di sopra, e del Mugello,
E in un del Casentino si scopriva
Ogni valle, ogni poggio, ed ogni riva. [1]

[1] VINCENZO MONTINI, Contrasto di preminenza fra tre paesi di toscana, che sono il Valdarno di Sopra, il Casentino e il Mugello. Firenze, 1761.

Analizzando la Carta Geometrica della Toscana alla scala 1:200.000, realizzata nel 1830 da Giovanni Inghirami[2] sulla base delle misure realizzate topografiche per la costruzione delle mappe del catasto Lorenese si osserva la presenza di un triangolo in vetta al Pratomagno. Tale segno rappresenta un trigonometrico in quanto la carta, che utilizza la proiezione di Bonne, si basa sulla rete geodetica toscana realizzata dallo stesso Inghirami. Anche nella mappa alla scala 1:2500 del catasto Lorenese relativa al foglio III della sezione A della Comunità di Loro (rilevamenti condotti da Lorenzo Salvadori e terminati il 26 giugno 1826) è riportato il trigonometrico, contraddistinto da un apposito simbolo grafico e dall'indicazione "biffa"[3].
Tali elementi lasciano supporre, con relativa certezza, che sulla vetta più elevata del Pratomagno, all'incirca dove si trova l'attuale trigonometrico, ben prima dell'Unità d'Italia, fosse stato materializzato nel 1817, ad opera di Padre Inghirami, un vertice geodetico per la realizzazione della rete geodetica della Toscana[4].
La tesi è avvalorata dal fatto che, analizzando nell'archivio geodetico dell'IGM il fascicolo riassuntivo della storia del Trigonometrico "Pratomagno", si evince che nel 1880, nell'ambito dei lavori di impianto della prima rete geodetica nazionale, il costruendo vertice trigonometrico di I° ordine fu individuato su un vecchio punto esistente attribuito alla precedente rete toscana di IV° ordine.

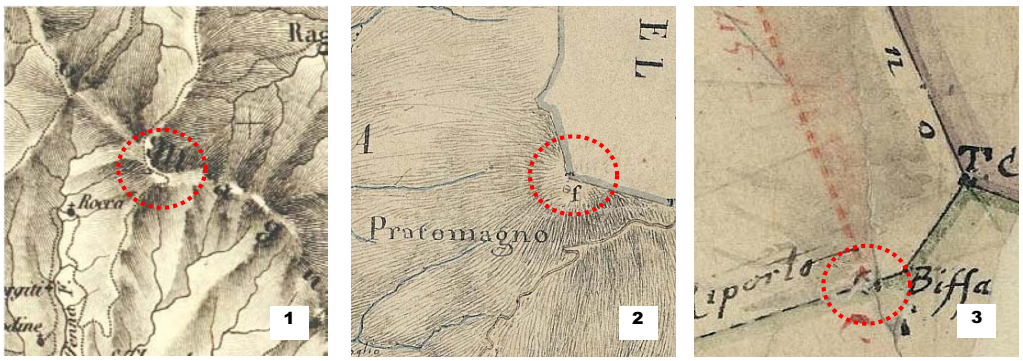

Figura 2 – Nelle tre diverse immagine è possibile vedere come viene rappresentato il trigonometrico della rete geodetica toscana realizzata da Padre Giovanni Inghirami nel 1817 che sta alla base della realizzazione sia della carta geometrica granducale alla scala 1:200.000 che del catasto geometrico particellare lorenese. Gli estratti cartografici sono da destra verso sinistra riferiti [1] Carta Geometrica della Toscana, [2]Quadro d'insieme della Comunità di Loro del Catasto Lorenese, [3] Foglio III della sezione A della Comunità di Loro del Catasto Lorenese. Le coordinate del vertice così come calcolato da G.Inghirami sono longitudine 29°19'0.1" e latitudine. 43°39'30.8"

Il punto trigonometrico, come descritto nella scheda, si viene quindi a trovare su di un pilastrino in muratura ricoperto da pietra a secco e le operazioni geodetiche di rilevamento dei vertici della rete di I ordine circostanti ("Campigna", "Alta di S. Egidio", "Torre Vignana", "Lucardo" e "Monte Levane") furono eseguite nell'occasione della sua individuazione. L' IGM solo nel 1908 con la stampa del volume "Compensazione della rete geodetica a Nord del parallelo di Roma" fornisce le coordi-

[2] Grazie ad un progetto di messa in rete di documenti storici dell'Archivio di Stato di Firenze la carta è consultabile alla pagina web (http://teca.bncf.firenze.sbn.it/TecaViewer/index.jsp?RisIdr=BNCF0003494544)
[3] Dal dizionario di Niccolò Tommasoni (www.dizionario.org) *"(Ar.Mes.) T. d'agrimensori, Livellatori, ecc. Bastone, Pertica, o sim., che si pianta in terra, con in cima un oggetto, o scopo bianco, come pezzuolo di carta, o sim., affin di poterlo osservare a notabile distanza, per traguardare, levar piante, o fare altre operazioni d'agricoltura, livellazione, ecc."*
[4] Padre Giovanni Inghirami realizza una rete geodetica, a partire da un'unica base misurata (tra il Palazzo Mediceo detto il Palazzaccio di Stagno e la Basilica di San Piero in Grado), costituita da vertici dislocati in modo tale che in ogni comune fossero presenti almeno 2-3 vertici che dovevano servire di riferimento per le campagne di rilevamento del Catasto Particellare toscano (*Catasto Leopoldino*). La rete geodetica è costituita da tre tipologie di vertici afferenti ai triangoli geodetici fondamentali, di appoggio e di dettaglio in base all'importanza del trigonometrico. Il punto del Pratomagno afferisce è un trigonometrico importante in quanto è un vertice dei triangoli fondamentali della rete.

nate del punto rispetto al primo sistema di riferimento adottato in Italia, la cui rete fu dimensionata su otto basi misurate ed utilizzava l'ellissoide di Bessel con orientamento sull'Osservatorio astronomico dell'Istituto Idrografico della Marina di Genova.
Nel 1940 la Commissione Geodetica Italiana decise di adottare un nuovo Sistema di Riferimento che si basasse sull'Ellissoide Internazionale (Hayford). Non fu realizzata una nuova rete geodetica, e neppure nuove sessioni di misura o una compensazione della vecchia a partire dalle misure rilevate in campagna; ma semplicemente un "trasporto" dei vertici della vecchia rete geodetica fondamentale orientandolo su Monte Mario, dove fu realizzata un'apposita stazione astronomica.

BESSEL				***ROMA 40***			
φ	43°39′15.218″	λ	-0°48′19.593″	φ	43°39′15.416″	λ	-0°48′19.283″

Tabella 2 – Coordinate del vertice trigonometrico Pratomagno. A sinistra sono riportati i valori derivanti dal calcolo della rete del 1908 riportati a Roma Monte Mario mentre sinistra invece sono riferiti al sistema Roma 40.

Tuttavia, in seguito ad alcune campagne di triangolazione, sulla base di nuove misure numerosi blocchi della rete vennero rideterminati e con le nuove compensazioni furono limate molte "distorsioni" locali ed imprecisioni presenti che erano figlie del calcolo dei primi del '900. Infatti con il metodo di calcolo adottato per il passaggio al sistema di riferimento Roma non furono eliminate le inesattezze e le disomogeneità che si erano realizzate nel calcolo dei vertici trigonometrici della rete precedente.
Il Catasto per la produzione del Nuovo Catasto Terreni[5] adottò il sistema di rappresentazione Cassini-Soldner[6] e la triangolazione catastale fu appoggiata ai vertici trigonometrici di I, II, III ordine della rete di triangolazione nazionale dell'Istituto Geografico Militare (I.G.M.) derivata dal calcolo della prima compensazione della rete (1908-1919).

Analisi dei dati
Applicando le formule di proiezione di Cassini-Soldner[7] alle coordinate geografiche riferite all'ellissoide di Bessel (Tabella 1) è possibile determinare le coordinate cartesiane catastali del trigonometrico "Pratomagno" riferite al centro di emanazione di Siena Torre del Mangia.

X: 37451,22 Y: 25374,72 [a]

La disponibilità per il vertice delle doppie coordinate (Tabella 1) ci ha indotto, partendo dai valori di latitudine e longitudine, a verificare il comportamento del programma CartLab1.2.2 nel processo di trasformazione di coordinate da Gauss-Boaga a Cassini-Soldner e viceversa.
Trasformando con CartLab le coordinate Gaus-Boaga derivate dalle geografiche Roma 40 si ottengono i seguenti valori, riferiti al centro di emanazione Torre del Mangia nel sistema Cassini-Soldner

X: 37451,29 Y: 25374,68 [b]

Le differenze tra le coordinate calcolate a partire dalle geografiche Bessel [a] e quelle derivate dal processo di trasformazione di sistema di coordinate con CartLab [b] mostrano nelle due componenti

[5] Il Nuovo Catasto Terreni di tipo geometrico particellare ha preso avvio con legge 3682 del 1 marzo 1886 con l'intento di uniformare i catasti che si erano venuti a formare con l'unificazione d'Italia. La formazione del NCT, tuttavia, fu ultimata soltanto nel 1956 con l'inventariazione di tutti i suoli e fabbricati e la pubblicazione di mappe per la rappresentazione cartografica.
[6] Il sistema catastale si basa su una particolare proiezione cilindrica di tipo "afilattico" che deforma distanze, angoli e superfici entro ristretti limiti su porzioni di territorio limitate (Cassini-Soldner). Al fine di contenere le deformazioni la proiezione è applicata, rispetto a determinati centri di emanazione, a porzioni di territorio per un massimo di circa 70 km rispetto al centro di emanazione stesso.
[7] Il calcolo è stato effettuato con il programma CART di Maurizio Trevisani (http://sira.arpat.toscana.it/sira/documenti/cart_29jun2009.exe).

risultati (*! X: -0,07 e ! Y: 0,04)* in linea con altri studi effettuati in precedenza. Tali valori confermano altresì la presenza di alcune anomalie sul trigonometrico "Pratomagno" in quanto gli scarti riscontrati sono molto differenti da quelli ottenuti a partire dai dati monografici catastali (Cassini-Soldner/Gauss-Boaga)

Il vertice "Croce Pratomagno"

L'idea della realizzazione di una croce monumentale in Pratomagno come ricordo dell'ideale francescano può esser fatta risalire a Padre Luigi da Pietrasanta, direttore spirituale della congregazione del Terzo Ordine Francescano, che ne propose la costruzione nel 1926 a seguito dei festeggiamenti per il centenario di San Francesco per celebrare l'ideale francescano.

La costruzione della croce è dovuta all'attività di un comitato[8],la cui costituzione, stando alle cronache del tempo, sembra legata ai pellegrinaggi tenutisi alla Verna e alla tomba di San Francesco in Assisi.

Il 14 agosto del 1927 venne posta la prima pietra del monumento che fu posizionata sopra il pilastrino del trigonometrico e la costruzione si protrasse fino al 4 settembre del 1928, quando il monumento venne solennemente inaugurato alla presenza delle principali autorità e della popolazione delle due vallate.

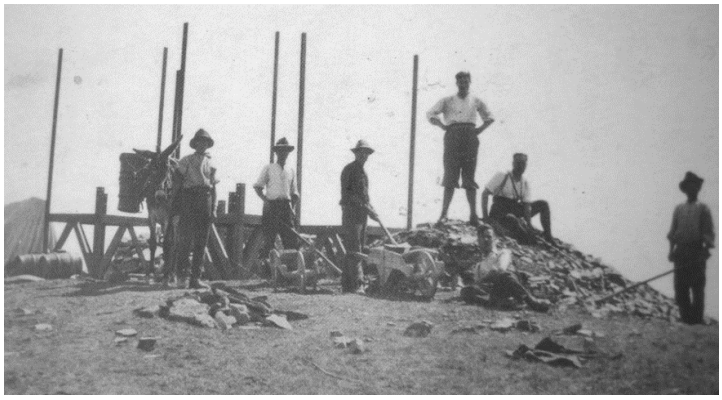

Figura 3 – Agosto 1927. Foto storica che raffigura i primi lavori alla croce di Pratomagno.

La croce, disegnata dal prof. Tito Cini di Firenze, fu costruita completamente in ferro con ben 900 pezzi realizzati dall'officina Bordoni di Poppi (che furono trasportati sulla vetta del Pratomagno a piedi o a dorso di mulo dai cittadini di Raggiolo), per un peso di 150 quintali ed un'altezza di 22,50 m[9]. La struttura poggia su di un blocco di fondazione realizzato con 100 quintali di cemento gratuitamente offerto dalla Società Cementi del Corsalone (Chiusi della Verna). Il 21 luglio 1929 a circa un anno dalla solenne inaugurazione del monumento viene svolta la cerimonia per la realizzazione della cappella all'interno della croce.[10].

Il monumento fu realizzato in quella porzione di territorio dove fanno confine due comuni casentinesi (Castelfocognano e Raggialo) ed uno valdarnese (Loro Ciuffenna), in corrispondenza del punto trigonometrico. Tale punto di riferimento, a causa della costruzione del basamento di cemento delle dimensioni di 6,06x6,06 metri, andò disperso così come testimoniato nella scheda dei dati monografici dell'IGM, redatta nel 1936, in occasione ricognizione di controllo. In quell'occasione i tecnici

[8] Il comitato Valdarnese era composto da numerose personalità ed era presieduto dall'allora parroco di Loro Ciuffenna Don Giovanni Mazzoni, medaglia d'oro al valore militare, mentre il giovanissimo avv. Alfredo Merlini svolgeva la funzione di segretario. Un contributo importante fu portato anche dal dr. Calamandrei e dal Cappuccino Padre Luigi di Pietrasanta.

[9] La documentazione storica ritrovata parla di un'altezza di poco più di 22 metri mentre nella scheda monografica dell'IGM l'altezza da terra è di 18.00

[10] I due eventi furono molto partecipati dalla popolazione delle due vallate. Nella prima inaugurazione si racconta che giunsero in Pratomagno "*parecchie migliaia di persone*".

dell'Istituto ripristinano il punto attraverso la materializzazione di un nuovo vertice ed istituiscono un nuovo punto in asse della croce ad una distanza di -0.02 nella componente Nord e -1.28 in quella Est[11]. Il vertice trigonometrico ripristinato che materializza quello definito nel 1880, risulta spostato rispetto all'asse della croce. Nel 1978-79 l'IGM definisce un nuovo punto trigonometrico che coincide con il vertice in asse sulla croce materializzato nel 1936. Le coordinate del nuovo vertice derivano dal ricalcolo effettuato con i dati derivanti dai rilievi geodetici del 1963. Da quel momento in poi il punto trigonometrico è in coincidenza con l'asse della croce.

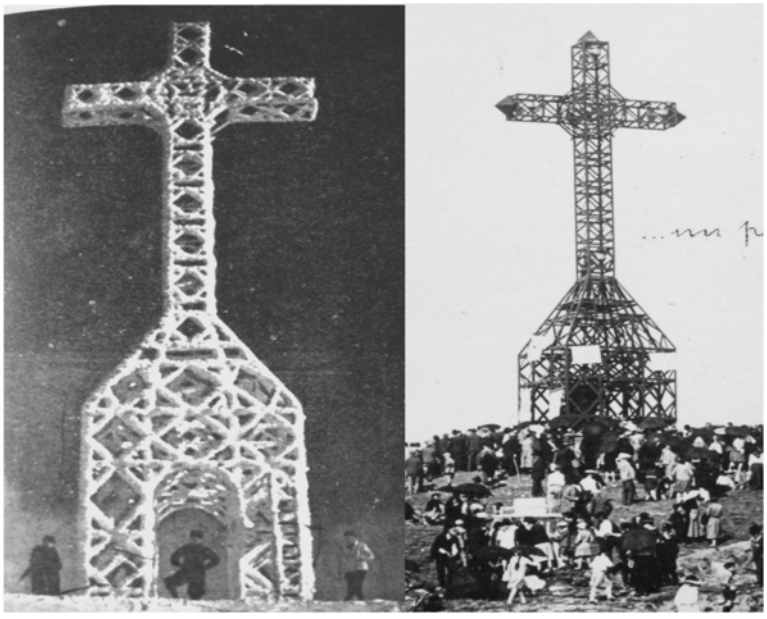

Figura 4 – Due immagini storiche della monumentale croce così come appariva nel 1927 (foto di sinistra) e durante la solenne inaugurazione.

La solenne inaugurazione
della Croce Monumentale in Pratomagno
Bivacco in alta montagna --- Il degno ricordo a S. Francesco di Assisi --- Come si è svolto il rito inaugurale

Figura 5 – Estratto della "Cronaca di Arezzo" del giornale LA NAZIONE del giorno 5 settembre 1928 riguardante l' inaugurazione della monumentale croce del Pratomagno avvenuta il 2 settembre 1928.

[11] In quell'occasione furono materializzati anche altri due vertici di riferimento per meglio individuare il centro trigonometrico. Il primo fu allocato sul basamento nella parte opposta del trigonometrico ripristinato nella direzione tra quest'ultimo ed il vertice posizionato sull'asse della croce. Il secondo invece venne ubicato esternamente su pilastrino in muratura.

Il 4 novembre del 1966, in coincidenza con gli eventi meteorici che causarono l'alluvione di Firenze, la croce metallica si spezzò a causa di un fulmine e della neve che, caduta nei giorni precedenti, aveva appesantito notevolmente l'opera..[12]
La grande croce oramai divenuta un simbolo non solo per i fedeli, ma anche per tutti i cittadini delle due vallate, venne ricostruita sotto l'impulso di un giovane avvocato Alfredo Merlini. Il ripristino del monumento fu completato nell'agosto del 1968, ma l'inaugurazione avvenne, a conclusione dei lavori di riverniciatura, il 15 agosto 1969 con una grande festa alla quale accorsero sulla vetta del Pratomagno numerose persone di entrambe le vallate. Il restauro comportò, oltre alla ricostruzione della parte metallica della croce, il rifacimento del basamento in calcestruzzo[13] , che – come ben testimoniato dai dati presso l'IGM – provocò la scomparsa del vertice trigonometrico (vertice istituito nel 1880, ripristinato nel 1936 e dismesso nel 1963) e di tutti i vertici di appoggio ad eccezione del nuovo punto posizionato sull'asse della croce. Questo fatto potrebbe essere stato il motivo che indusse l'Istituto Geografico Militare ad istituire (1978-79) il nuovo trigonometrico "Croce Pratomagno" in corrispondenza dell'asse della croce. In realtà analizzando i dati della scheda monografica riferita al controllo del 1988 si osserva che le coordinate del trigonometrico vengono modificate nella componente altimetrica in modo consistente (! quota: 0,86 m). Lo scarto potrebbe essere imputato ad imprecisioni delle precedenti rilevazioni, dovute alle varie rimaterializzazioni dei vertici sopra descritte, oppure ad un ripristino del vertice ad una quota più elevata da parte degli operatori che hanno ristrutturato l'opera nel 1968. Quest'ultima ipotesi giustificherebbe il fatto che dopo i lavori è stato rinvennuto, nel sopralluogo del 1988, il solo vertice posto in asse della croce.

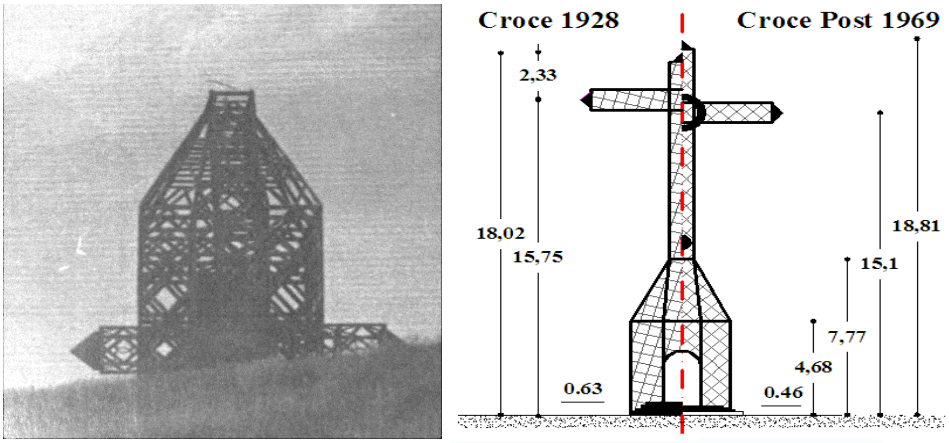

Figura 6 – Nell'immagine di sinistra è ripresa la croce così come appariva dopo l'alluvione del 1966. A destra sono rappresentate le differenze di dimensioni tra la croce eretta nel 1927 e quella ripristinata nel 1968 così come estrapolato dalle schede presenti all'interno del catalogo dei trigonometrici dell'IGM.

Il vertice "Croce Pratomagno" nei dati catastali

In corrispondenza della Croce di Pratomagno esiste anche un vertice della maglia dei punti fiduciali (PF) 01 – foglio 08 del comune di Loro Ciuffenna "Trigonometrico asse croce del Pratomagno" – che è individuato come PF di attendibilità "6" che significa che le sue coordinate derivano dai dati d'impianto della Rete Catastale. Tali coordinate corrispondono a quelle indicate, originariamente,

[12] E' da ricordare che la tempesta del 4 novembre, in Pratomagno, è stata molto violenta tanto che caddero 400 millimetri di pioggia che fornirono un contributo di acqua al fiume Arno decisamente importante.
[13] Gli abitanti più anziani di Loro Ciuffenna ricordano ancora che le betoniere per raggiungere la croce fecero non poche peripezie.

nella scheda monografica conservata presso l'ufficio del Catasto di Arezzo il cui valore è:

X: 37450.71 Y: 25373.22 [c]

Anche nel confronto delle coordinate catastali, tra quelle calcolate a partire dalle coordinate geografiche Bessel del trigonometrico IGM materializzato nel 1880 [a] e quelle inserite nella monografia catastale e nel Punto Fiduciale [c] si apprezza una differenza sensibile (ΔX: 0,51 m e ΔY: 1,50 m).
Ripercorrendo indietro la storia anche del vertice catastale, è chiaro che pur essendo in presenza di un trigonometrico IGM di I ordine, l'ufficio del Catasto, quando effettuò le operazioni topografiche di raffittimento della rete, ritenne opportuno non usare le coordinate IGM e procedere ad una nuova determinazione del punto. Sicuramente la scelta dei tecnici del catasto fu dettata sia dal fatto che, al momento delle operazioni di rilevamento, essi constatarono la presenza della croce sopra al vecchio trigonometrico, che per esigenze pratiche (l'asse della croce è un elemento più facile da collimare)[14].
Le coordinate Cassini-Soldner, al fine di permettere un'analisi geografica di tutti i dati, sono state trasformate nel sistema di riferimento Gauss-Boaga correggendo il risultato ottenuto da CartLab attraverso l'impiego dei valori ottenuti in precedenza[15] [b] al fine di analizzare geograficamente la posizione dei punti calcolati dal catasto rispetto a quelli IGM.
L'analisi evidenzia che il punto, determinato dal Catasto, non è né in asse con la croce in (ΔEst = 0,16 m e ΔNord = 0,73 m), né sulla direttrice individuata dai due trigonometrici determinati dall'IGM. E' da riscontrare, inoltre, che nelle scheda dati monografici del 1931 e 1943 non si osserva la presenza di vertici riferibili al catasto; pertanto si ipotizza che lo scarto ottenuto rispetto all'asse della croce possa dipendere da una non precisa determinazione del punto da parte dei tecnici del catasto.

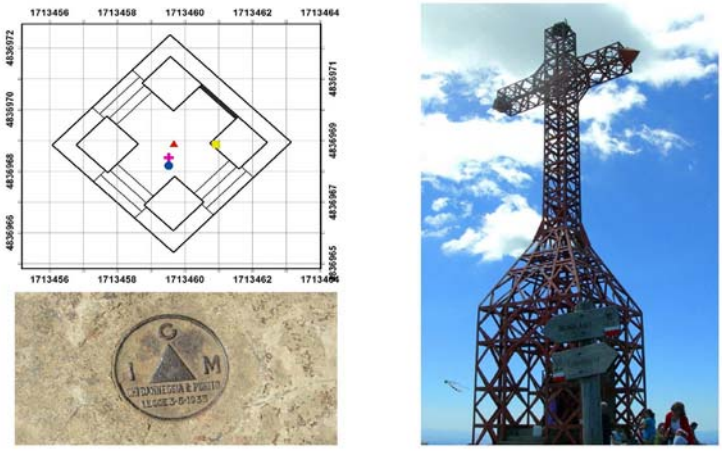

Figura 7 – Nell'immagine di sinistra in basso è riportata la foto della materializzazione del centro trigonometrico mentre in alto è rappresentato la posizione dei vari vertici: il triangolo rosso rappresenta l'attuale vertice coincidente con l'asse della croce; il quadrato in giallo rappresenta l'ubicazione del vertice trigonometrico del 1880 mentre il cerchio blu e la croce magenta rappresentano rispettivamente il vertice individuato dalle coordinate Cassini-Soldner e dalle Gauss-Boaga presenti nella monografia catastale. Nell'immagine di destra la foto della croce attuale. (foto E.Vichi)

[14] Va ricordato che dall'inizio lavori di realizzazione della croce (1927) fino alla rimaterializzazione del trigonometrico da parte dell'Istituto Geografico Militare (1931), il vertice non era rintracciabile sul terreno.
[15] Operazione eseguita al fine di minimizzare gli errori prodotti dal programma durante il processo di trasformazione

Si osserva, inoltre, che il punto derivato dalle coordinate Cassini-Soldner non si sovrappone con l'omologo punto calcolato in Gauss-Boaga dal catasto, presentando scarti ΔEst = -0,01 m e ΔNord = -0,27 m.
Infine analizzando le monografie presenti all'Ufficio del Territorio di Arezzo e in quello di Firenze, si osserva che in entrambe sono riportate, successivamente alla compilazione, le coordinate Cassini-Soldner del trigonometrico del 1880 (vertice non coincidente con l'asse della croce). Il Catasto aretino, a differenza di quello fiorentino, che con la trascrizione di tale coppia di coordinate ha modificato la scheda monografica, ha raccomandato di non usare tali coordinate per gli atti catastali. Questo fatto ha comportato che fino all'entrata in vigore delle procedure dettate dalla circolare n°2/1988 il Catasto di Arezzo e quello di Firenze, si riferivano, per lavori topografici a due diverse serie di coordinate del trigonometrico del Pratomagno.

Riferimenti bibliografici

Baldi G. (1898), *Una gita a Pratomagno*, Arezzo, E.Sinatti stabilimento tipo-litografico.
Bracci E. (1929), *Canti di Pratomagno*, San Giovanni Valdarno, Noferi Editori.
Camiciottoli F., Surace L., (2008) "Trasformazioni planimetriche di coordinate in ambito catastale: il caso della Provincia di Arezzo", *Atti 12a Conferenza Nazionale ASITA,* L'Aquila 21/24 ott. 2008.
Cantile A.(2008), *Toscana geometrica. La prima corografia geodetica regionale e il contributo dell'Osservatorio Ximeniano,* Firenze, Istituto Geografico Militare.
GPS. Guida all'uso del GPS per il rilevamento del territorio e l'aggiornamento cartografico (2005), Rimini, Maggioli.
Coticchia A., Surace L. (1978), "Risoluzione di problemi geodetici con le minicalcolatrici elettroniche programmabili", *Bollettino di Geodesia e Scienze Affini*, 37.
Droandi A.M.(2005), *Raggiolo guardando scorrere il tempo*, Arezzo, Le Balze.
Fici R., Surace L. (2002), "Dialogo di un venditore di coordinate e di un passeggero", *Bollettino di Sifet*, 2002-1: 49-68.
Lazzara A. (2005), "La Realizzazione della Croce di Pratomagno: cronache di un evento in mezzo alle praterie", *Atti del Convegno Conservazione delle praterie montane dell'Appenino del 27 ottobre 2005 del progetto Life Natura NAT/IT/7239*: Poppi, Comunità Montana Casentino. 202-213.
Lodovico A. (1991), *Rilevamento architettonico e topografico. Metodi e strumenti nei secoli XVIII e XIX. I catasti geometrici preunitari e la misura generale del Granducato di Toscana*, Roma, Edizioni Kappa.
Tani P.D. (1999), *Catasto terreni e cartografia. Trattato di pratica catastale*, Rimini, Maggioli.
"*La Nazione*" estratti di articoli del giornale del 1926 – '29 –' 69, Archivio Biblioteca di Arezzo.